

修正コンター法を用いた残留応力測定

大阪府立大学大学院

○沖見 優衣, 河尻 義貴

生島 一樹, 河原 充

日本ニューマチック工業

内田 友樹

大阪府立大学大学院

柴原 正和

Measurement of Welding Residual Stress Using Modified Contour Method

by Yui OKIMI, Yoshitaka KAWAJIRI, Kazuki IKUSHIMA, Atsushi KAWAHARA,
Tomoki UCHIDA and Masakazu SHIBAHARA

1. 緒言

船舶をはじめとする大型構造物の建造において、部材同士を接合する際に溶接が広く用いられている。溶接はトーチ近傍に集中して加熱を行い、材料を熔融させることで部材の接合を行うことから、その施工に伴い、材料に非線形の変形が生じ、溶接部近傍には必然的に高い引張り残留応力が発生する。溶接に伴い生じる引張り残留応力は、構造物の疲労寿命に影響し¹⁾、ときには脆性破壊を引き起こす場合²⁾もあることから、溶接部近傍における残留応力分布について評価することは溶接施工上きわめて重要であるといえる。

現在、残留応力計測方法として種々の手法が提案されている。残留応力計測手法は計測後の部材の状態によって大まかに非破壊法と準破壊法、破壊法の3種類に区分される。非破壊法として代表的な測定手法には、X線回折法³⁾や中性子回折法⁴⁾が挙げられる。X線回折法は、線源のエネルギーにもよるが、部材の表層から数 μm における測定に適した手法であり、部材内部の残留応力を測定することは困難である。また、中性子回折法の場合、部材の内部における残留応力測定が可能であるが、利用可能な設備が限定的であるのが現状である。一方、準破壊法の代表的な測定手法にDHD (Deep hole drilling) 法⁵⁾が挙げられる。DHD法では残留応力の評価領域に穿孔を行い、穿孔領域における残留応力測定を行うため、部材内部の残留応力を測定することが可能であるが、一度の穿孔で測定可能な領域が限られている。破壊法の代表的な計測手法として固有ひずみ法⁶⁾が挙げられる。固有ひずみ法では、計測対象にひずみゲージを貼付したのち切断することで、切断に伴い解放される弾性ひずみを計測することで応力を算出する手法である。手法の特性上、固有ひずみ法で残留応力分布を得るためには計測対象を多数の小片に切断する必要があるため、簡易的に計測を実施することが難しい。以上の観点より、いずれの計測手法においても簡便かつ低コストに部材内部の残留応力を分布として計測することは困難であるといえる。

一方、部材内部の残留応力測定が可能な手法としてコンター法⁷⁻⁹⁾が提案されている。コンター法は2001年にアメリカのLos Alamos国立研究所で発明された手法であり、残留応力測定手法の中では比較的新しい手法である。コンター法では測定対象の部材を2分割し、残留応力の解放に伴う切断面の弾性変形量を測定することにより、切断面全域における残留応力の2次元マッピングが可能であるという点が大きな特徴である。計測対象を切断することから、コンター法は破壊法に分類される。近年の測定精度の向上に伴い欧米を中心として精力的に研究が行われている^{10, 11)}。国内においても、測定方法の簡便さやコストの低さからコンター法が注目され始め、基礎的な溶接継手の残留応力評価に対しコンター法を適用した事例が報告されている^{12, 13)}。しかしながら、国内外問わず、実構造物レベルの試験体に対するコンター法の適用事例は少なく、また、手法のさらなる高度化に関する研究事例もほとんど無いのが現状である。

そこで本研究では、コンター法を用いた残留応力測定の基礎検討として、ビードオンプレート溶接試験片に対しコンター法を用いた残留応力測定を実施する。本検討では、FEM解析および中性子回折法と比較することにより、コンター法の妥当性について検証する。加えて、実構造物に対してコンター法を適用するために、コンター法の定式化について検討した結果を基に、修正コンター法を提案し、実構造物を模擬した多層溶接試験片の残留応力計測に対し修正コンター法を適用する。以上を通して修正コンター法の有用性について明らかにする。

2. コンター法を用いた残留応力測定手法

コンター法では測定対象の試験体を切断し、切断面の面外方向の変位分布を計測し、FEM解析における境

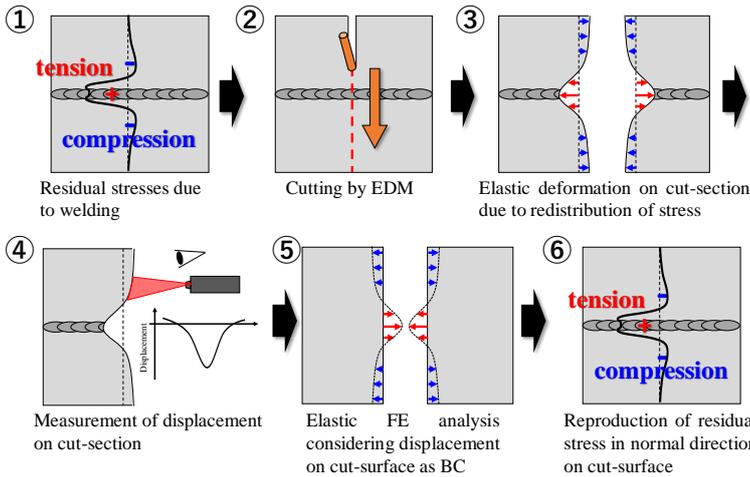


Fig. 1 Schematic illustration of contour method.

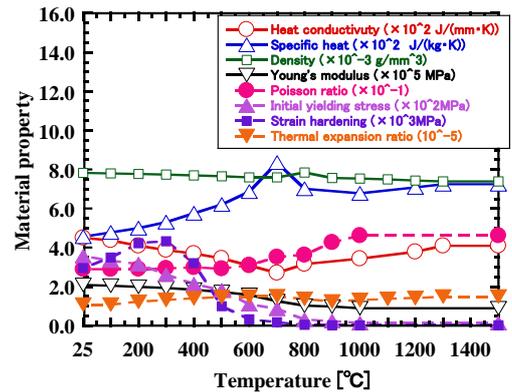


Fig. 2 Temperature dependent material properties of SM490A.

界条件として使用することで切断面における法線方向の応力成分の分布を得る手法である。その計測手順は、Fig. 1 に示すように、次の 1 から 6 の流れに従う⁷⁾。

- ① 溶接によって金属部材内部に残留応力が生じる。
- ② 残留応力を評価する位置において、ワイヤ放電加工等を用いて金属部材を中央部で正確に 2 分割に切断する。
- ③ 切断時、残留応力が解放され応力が再分配することで、切断面において凹凸の弾性変形が生じる。
- ④ レーザ変位計などの 3 次元測定器を用いて切断面の法線方向の変位分布を測定する。測定された変位分布は必要に応じて移動最小二乗法¹⁴⁾などを適用し、スムージングを行う。
- ⑤ 測定された変位分布を反転し、切断後の試験片を模擬した FEM 解析モデルの切断面に相当する面に対し強制変位として付与し、弾性解析により、切断前の形状に押し戻す解析を実施する。

以上の一連の手続きをとることで、溶接部材の切断面全域における残留応力の 2D マッピングが可能となる点がコンター法の大きな特徴である。また、本手法は計測対象を切断し、切断面の変位を計測し、FEM 解析を行うのみで残留応力を計測できることから、他の残留応力測定手法と比べて非常に簡便であり、計測に要するコストを抑えられることも本手法の特徴の一つであるといえる。

3. コンター法の基礎的検討

3. 1 計測対象および計測方法

ビードオンプレート溶接試験片に対してコンター法を適用し、熱弾塑性 FEM 解析^{15,16)}および中性子回折法による部材内部の残留応力分布の計測結果と比較することで、計測手法の妥当性を検証する。

計測対象のビードオンプレート試験片の寸法は、長さが 190 mm、幅が 200 mm、厚さが 19 mm である。材料には SM490A を用いた。熱弾塑性 FEM 解析に用いた SM490A の物性値の温度依存性データ¹⁷⁾を Fig. 2 に示す。溶接条件は電流を 300 A、電圧を 32 V、溶接速度を 70 cm/min とした。

溶接後の試験片の切断にはワイヤ放電加工を採用した。ワイヤ放電加工に使用したワイヤ径は 0.2 mm である。また、切断時には治具を用いて試験体を固定した。切断後の試験片を Fig. 3 に示す。切断した試験片の断面の形状を Fig. 4 に示すようにレーザー変位計を用いて測定する。

本計測で使用したレーザー変位計はコム社製 LAF-3D で、測定間隔は 2000 μ m、測定速度は 20000 μ m/sec とした。切断中においては、ワイヤの振動や切断時の熱の影響、3 次元形状計測機の測定誤差などにより、切断面の形状に誤差が生じるため、本計測では、両側の切断面形状の測定結果を平均化し、移動最小二乗法を適用することで傷による測定値のばらつきが除去される。Fig. 5 にスムージング後の試験片の切断面形状を示す。同図に示すように、切断後の両断面の形状の平均を取り、さらに移動最小二乗法を適用することで滑らかな断面形状が得られていることが確認できる。

以上により得られた切断後の面外方向変位分布を弾性 FEM 解析の境界条件として用いることで、コンター法により残留応力を計測した。なお、中性子回折法による残留応力計測には、大強度陽子加速施設である J-PARC 内の中性子ビームラインである TAKUMI を使用した。また、中性子回折法においては、材料の格子定数 d_0 が必要となる⁴⁾が、本計測では、溶接線から幅方向に 64mm の位置の平均格子定数を d_0 として使用し、ヤング率を 200GPa、ポアソン比を 0.3 とした。

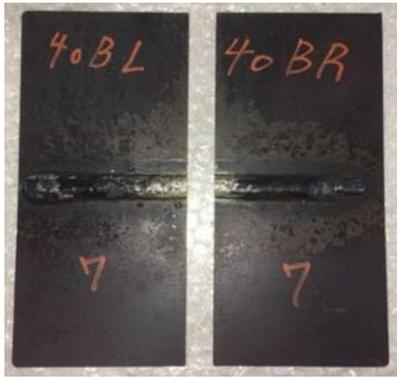


Fig. 3 Test specimen after cutting.

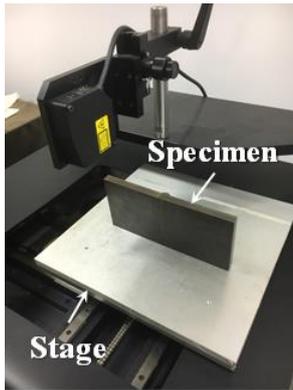


Fig. 4 View of measurement of displacement on the cut-section.

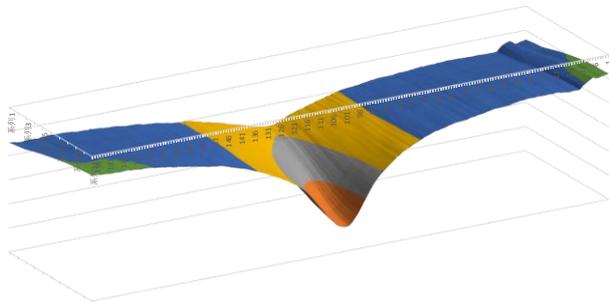
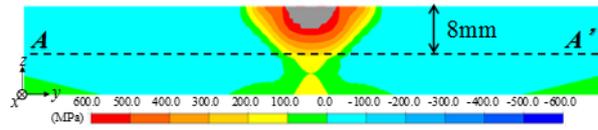
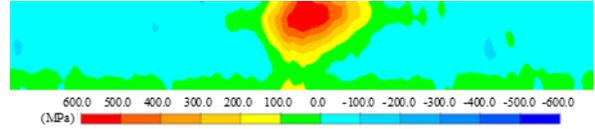


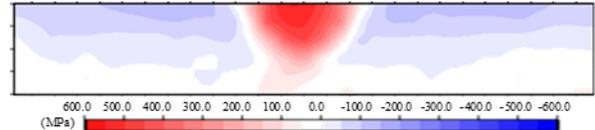
Fig. 5 Measured shape of cut-section



(a) FEM analysis.



(b) Contour method.



(c) Neutron diffraction method.

Fig. 6 Distribution of residual stress in longitudinal direction σ_x on cut-surface.

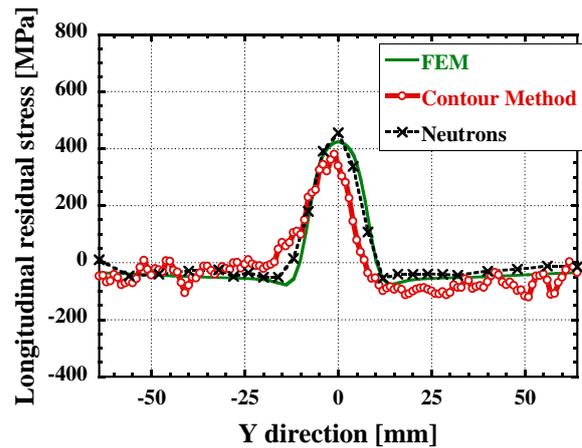


Fig. 7 Comparison of distribution of residual stress in longitudinal direction σ_x along A-A' line.

3. 2 中性子回折法・熱弾塑性 FEM 解析との比較

Fig. 6 に残留応力の溶接線方向成分(σ_x)の分布の比較を示す. 同図(a), (b), (c)はそれぞれ, 熱弾塑性 FEM 解析による予測結果, コンター法による計測結果, および, 中性子回折法による計測結果を示す. Fig. 6 より, (a), (b), (c)のいずれにおいても, 溶接線近傍に強い引張りの残留応力が見られる. また, 溶接線周辺の引張り残留応力がみられる領域の外側には, 引張りの残留応力と釣り合うように圧縮残留応力が分布しており, ビードオンプレート溶接時の典型的な残留応力分布となっていることが確認できる.

Fig. 7 に, Fig. 6 の A-A' 線で示す表面から板厚方向に 8mm の線上の残留応力分布の比較を示す. 同図において, 緑色の実線は熱弾塑性 FEM 解析を示し, 赤色の実線および黒色の破線は, それぞれ, コンター法および中性子回折法による計測結果を示す. Fig. 7 より, FEM による残留応力予測結果, コンター法による計測結果, 中性子回折法による計測結果はいずれも定量的に一致していることが分かる.

以上より, 本研究で実施したコンター法による計測は, 定性的, 定量的に良好な計測精度を有しているといえる.

4. 実構造物の残留応力測定のための修正コンター法の提案

コンター法は, 通常, 計測誤差を低減させるために切断後の変位を両方の切断面で計測し, 平均をとることで切断による誤差を低減し, 切断面の変位を算出する⁷⁾. これは, 切断後の部材の剛性が等しく, 切断に伴い生じる変形が切断面の法線方向に対して対称であると仮定しているためである. このため, 既存のコン

ター法においては、切断後の両試験体の剛性が等しくなるように試験体を分割する必要があり、コンター法による残留応力計測は簡単な試験体への適用に限定されてきた。複雑な形状を有する試験体では、切断後の両部材の剛性を等しくならないため、両側の切断面の変形が対称にならないことから、コンター法の適用が困難である。

本研究では、コンター法において弾性 FEM 解析により残留応力を求める際のモデル化に注目し、コンター法を、複雑形状を有する対象の計測へ適用するための拡張について検討する。

4. 1 実構造物の残留応力計測に向けた定式化の検討

Fig. 8 の解析モデルを用いて FEM で弾性解析を行う場合、切断後のそれぞれの部材を表す領域 1 と 2 のそれぞれに関して、解くべき連立方程式は次式で記述される。

$$\begin{bmatrix} K_{00}^1 & K_{01}^1 \\ K_{10}^1 & K_{11}^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_0^1 \\ U_1^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_0^1 \\ F_1^1 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} K_{00}^2 & K_{01}^2 \\ K_{10}^2 & K_{11}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_0^2 \\ U_1^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_0^2 \\ F_1^2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式(1), (2)において、 K_{ij}^α は領域 Ω^α における部分剛性行列を表し、 i, j は 0 の時に未知自由度に関する項、1 の時に既知自由度に関する項を表す。 U_i^α, F_i^α はそれぞれ、変位および荷重に関する部分ベクトルであり、部分剛性行列と同様の記法である。ここで、 F_1^1 と F_1^2 はそれぞれ、領域 Ω^1 と Ω^2 の境界 Γ^1, Γ^2 における反力ベクトルを表す。切断前においては、領域 Ω^1 と Ω^2 は接続されており、静的平衡状態が満たされていることから、境界 Γ^1 と Γ^2 も接続されているため反力 F_1^1 と F_1^2 は釣り合っている。一方、Fig. 8 のように、非対称に切断を行った場合、切断後の両部材の剛性の差から切断面の変形は非対称になり、両断面の変位を単純に平均して求めた変位を境界条件として使用し弾性解析を行った場合、 F_1^1 と F_1^2 が釣り合わない。そのため、 F_1^1 と F_1^2 の不釣り合い力を残差力ベクトル R と定義すると、以下のようになる。

$$\{R\} = \{F_1^2\} + \{F_1^1\} \neq \{0\} \quad (3)$$

ここで、残差力ベクトル R を用いて変位を修正し、境界での力の釣り合いを取ることを考える。残差力 R が生じている状態から静的平衡状態への修正量は、非線形有限要素法における残差力による修正と同等の考え方で、次式により計算される。

$$\begin{bmatrix} K_{00} & K_{01} \\ K_{10} & K_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_0 \\ U_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ R \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式(4)において、 K_{ij} は領域 Ω^1, Ω^2 が結合されている切断前の状態での全体領域の部分剛性行列を表し、 i, j は 0 の時に切断面を除く領域の自由度に関する項、1 の時に切断面上の自由度に関する項を表す。また、 U_0, U_1 は、それぞれ、切断面を除く領域の自由度、切断面上の自由度を表す。なお、式(4)においては、境界条件の項を省略している。式(4)を解くことで断面上の自由度 U_1 が次式のように求まる。

$$\begin{Bmatrix} U_0 \\ U_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{00} & K_{01} \\ K_{10} & K_{11} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ R \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここで求まる断面上の変位 U_1 を修正量として、次式により修正後の変位 $U_1^{1'}$, $U_1^{2'}$ を決定する。

$$\{U_1^{1'}\} = \{U_1^1\} + \{U_1\} \quad (6)$$

$$\{U_1^{2'}\} = \{U_1^2\} + \{U_1\} \quad (7)$$

以上の手順により断面上の変位を修正することで、切断後の両断面で力の静的つり合いを満たす残留応力分布が得られることから、コンター法の高精度化が期待できる。

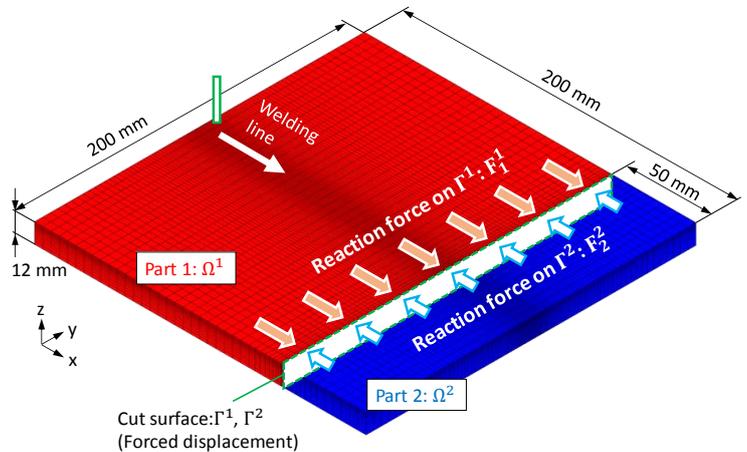


Fig. 8 Schematic illustration of elastic FE analysis on contour method.

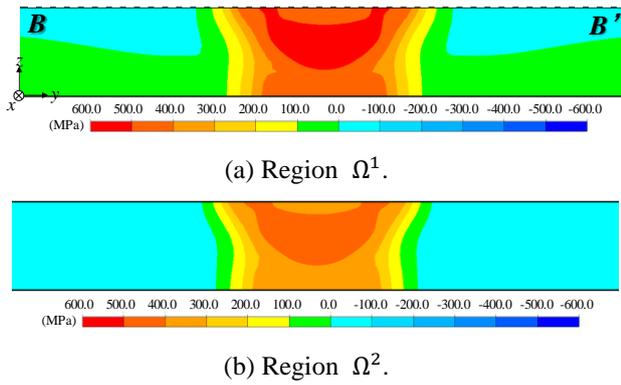


Fig. 9 Distribution of residual stress in x direction σ_x on cut-section obtained by conventional method.

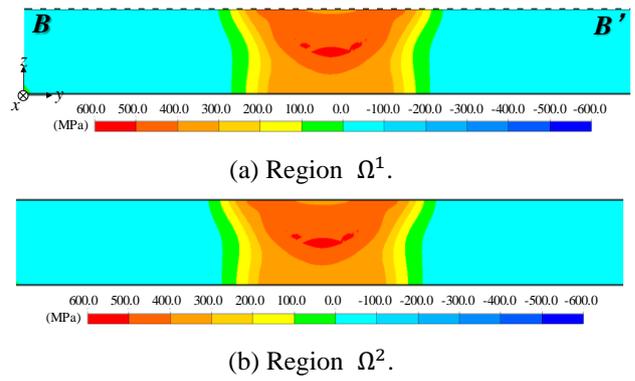


Fig. 11 Distribution of residual stress in x direction σ_x on cut-section obtained by proposed method.

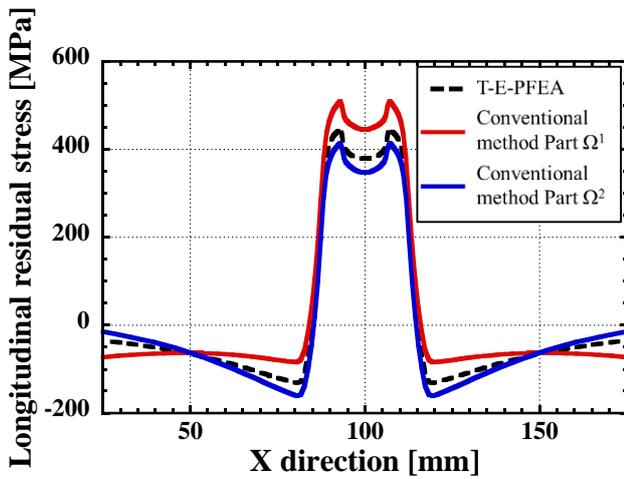


Fig. 10 Comparison of residual stress in x direction σ_x along line B-B' obtained by conventional method.

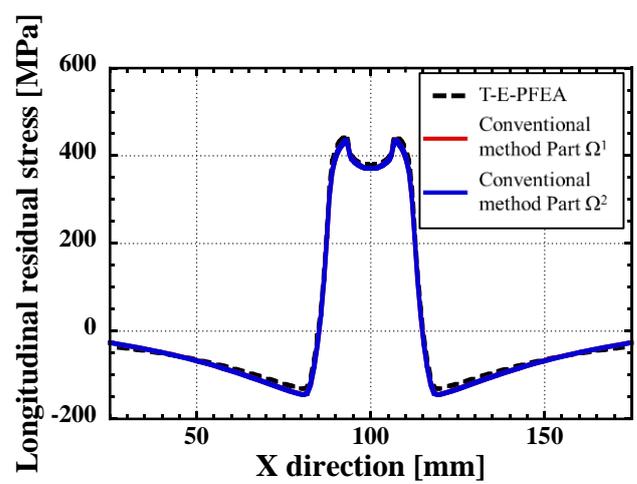


Fig. 12 Comparison of residual stress in x direction σ_x along line B-B' obtained by proposed method.

本研究では以上の計測手順を修正コンター法と定義する。

4. 2 基礎継手における数値的検証

Fig. 8 に示す解析モデルを用いて熱弾塑性 FEM 解析を実施し、得られた残留応力場を用いて、数値解析上でコンター法を適用し、前項で提案した手順の効果について検討する。材料は SM490A を仮定し、Fig. 2 に示す材料定数の温度依存性を用いた。入熱条件は電流が 300 A、電圧が 32 V、溶接速度が 11.7 mm/sec、熱効率率は 0.8 を仮定した。

熱弾塑性 FEM 解析後の残留応力分布を有する解析モデルに対して、切断を模擬するために、領域 Ω^1 、 Ω^2 のそれぞれ領域の要素を無効化した状態で静的平衡状態を求める弾性解析を実施し、それぞれの領域の切断面上変位を求めた。

通常のコッター法においては、コンター法の手続きに従い、それぞれの切断面上の変位を平均し断面上の変位を算出し、その後、静的弾性 FEM 解析により残留応力分布を求めた。修正コンター法 (4 章全体) においては、通常のコッター法において静的弾性 FEM 解析を実施したのち、前述の手順に従い、残差力を算出し、変位の修正量を求め、再度、静的弾性 FEM 解析を行い、残留応力分布を求めた。

Fig. 9 に通常のコッター法により求めた断面の残留応力分布を示す。同図(a), (b)は、それぞれ、領域 Ω^1 、 Ω^2 の切断面の残留応力の x 方向成分の分布である。同図より、通常のコッター法においては、両断面の残留応力分布の形状は近いものの、大きさが異なる傾向にあることが確認できる。また、Fig. 10 に、領域切断面の表面における x 方向応力成分 σ_x の分布を示す。図中、赤色の実線は領域 Ω^1 の境界 Γ^1 上の残留応力分布、青色の実線は領域 Ω^2 の境界 Γ^2 上の残留応力分布であり、黒色の破線は熱弾塑性 FEM 解析の結果を示す。Fig. 10 から、従来手法では切断面における力の釣り合いが取れていないことが確認できる。

同様に、Fig. 11 および 12 に修正コンター法により得られた残留応力分布を示す。同図より、修正コンター法を用いた場合は、残留応力の分布と大きさが両切断面ではほぼ一致しており、力の釣り合いが満たされていることが確認できる。

以上のように、修正コンター法においては、切断後の両断面の間の力の釣り合いを満たすような変位の修

Table 1 Welding conditions.

	I [A]	V [V]	v [mm/sec]
1st layer	280	30	4.5
2nd layer	230	25	4.5

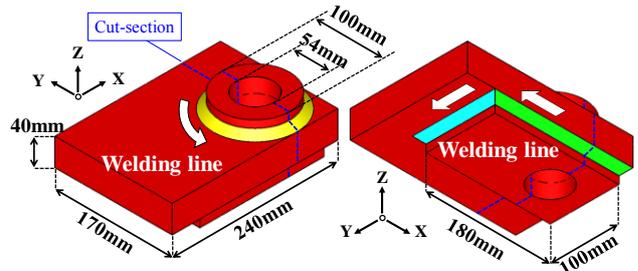


Fig. 13 Target of residual stress measurement in complex shaped.

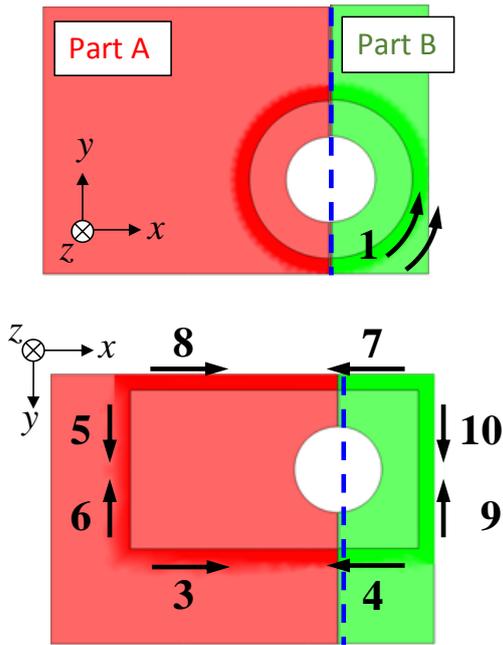
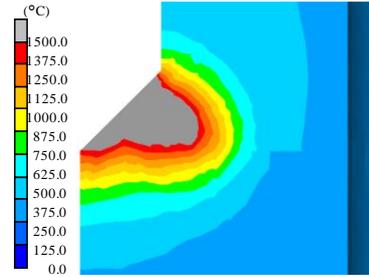


Fig. 14 Welding sequence and part name after cutting.



(a) Analysis.



(b) Macroscopic test.

Fig. 15 Molten shape of welding due to 1st and 2nd pass.

正量を算出することで、切断後の両部材の剛性が異なる場合においても、切断後の両断面で連続した残留応力分布の計測が可能であることを数値的に示した。

4. 3 複雑形状を有する試験体への適用

修正コンター法の複雑構造物の残留応力への適用性を示すために、Fig. 13 に示す試験体の溶接残留応力の計測に対して修正コンター法を適用する。本試験体は回転系の軸受け部分を模擬したもので、試験体の材料は S25C である。溶接は Fig. 14 に示す溶接順序でなされ、各溶接部は 2 パスの多層溶接であり、総溶接パス数は 20 である。溶接条件は Table 1 に示すとおりである。溶接完了後、試験体をワイヤ放電加工により、Fig. 13 (a) に示す位置で左右非対称に切断した。

また、残留応力の比較対象とするために、実機に対応する熱弾塑性 FEM 解析も併せて実施した。解析と実験により得られた溶け込み形状の比較を Fig. 15 に示す。同図より、本解析により得られた溶け込み形状を示す 1500°C 以上の領域は、実験の溶け込み形状とよく一致しており、本解析は実験の溶接時の溶け込みを再現できているといえる。熱弾塑性 FEM 解析により得られた切断面での残留応力の x 方向成分 σ_x の分布を Fig. 16 に示す。同図より、溶接部およびその近傍で大きい引張りの応力が生じていることが確認できる。

Fig. 17 に通常のコンター法を適用し、計測された残留応力分布を示す。同図(a)は、切断後の部材 A の切断面の残留応力分布であり、(b)は部材 B の切断面の残留応力分布である。Fig. 17 より、通常のコンター法においては、溶接部およびその近傍に大きい引張りの残留応力が生じているように見えるものの、全体としてばらつきのない大きな残留応力分布となっていることが確認できる。また、Fig. 17 (a)と(b)を比べると、部材 A と B の切断面上で、残留応力分布が一致しておらず、部材 A と B のそれぞれの切断面上で異なる残留応力分布となっていることが分かる。

同様に Fig. 18 に、提案手法による切断面の残留応力計測結果を示す。同図より、提案手法により得られた残留応力の計測結果は、溶接部とその近傍に大きい引張りの残留応力が分布しており、熱弾塑性 FEM 解析の

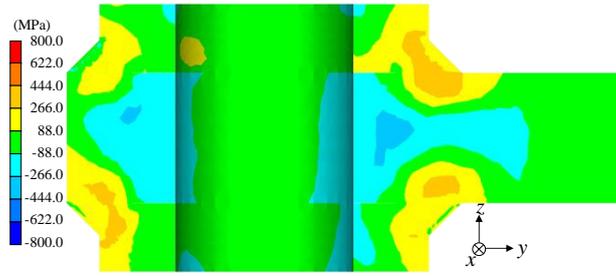


Fig. 16 Distribution Residual stress in x direction (σ_x) obtained by FEM analysis.

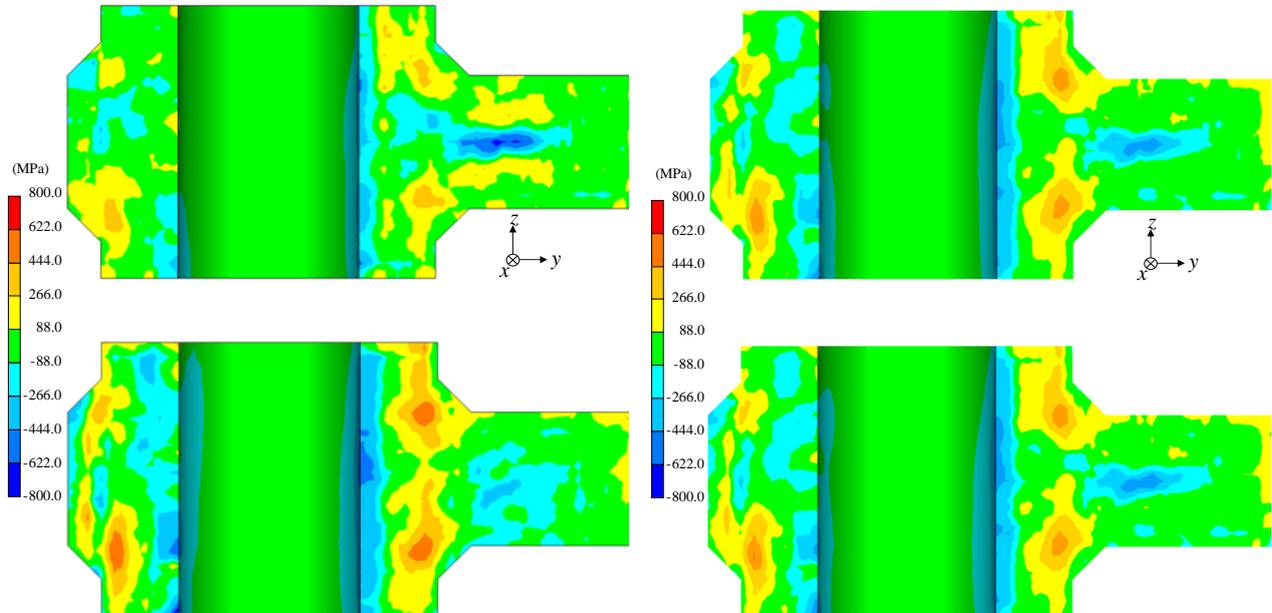


Fig. 17 Distribution Residual stress in x direction (σ_x) obtained by conventional contour method. Fig. 18 Distribution Residual stress in x direction (σ_x) obtained by modified contour method.

結果と近い分布となっていることが確認できる。また、Fig. 18 (a)と(b)を比べると、両者の分布は極めてよく一致しており、切断面での力の釣り合いを満たす変位の修正により、切断後の各部材の切断面の応力が等しくなったものといえる。加えて、Fig. 17 と 18 を比較すると、提案手法により得られた残留応力分布は通常のコントア法によるものに比べて滑らかな分布となっていることが分かる。これは、残差力に応じた変位の修正に FEM を用いたため、FEM の解に近くなったためであると考えられる。

以上のように、本研究で提案した切断面における変位の修正方法を用いることで、切断後の部材における剛性が異なる場合においても、コンター法による残留応力分布の計測を行うことが可能であるといえる。今後、より複雑な構造物の残留応力計測に対して適用することで、さらなる適用性の向上が期待される。

5. 結言

本研究では、残留応力計測手法として提案されているコンター法に注目し、中性子回折法による残留応力計測結果、および、熱弾塑性 FEM 解析による残留応力予測結果と比較することで、コンター法による計測結果の妥当性について検討した。また、コンター法を実構造物の残留応力分布の計測に適用するために、コンター法の定式化について検討し、実構造物を模擬した試験体に生じる残留応力の計測に対して適用した結果、以下の知見を得た。

- 1) ビードオンプレート溶接試験片に対して、コンター法による残留応力計測を適用し、中性子回折法による計測結果および熱弾塑性 FEM 解析の結果と比較した。その結果、コンター法による残留応力計測結果は、中性子回折法および熱弾塑性 FEM 解析の結果と良好に一致したことから、高い計測精度を有していることを示した。
- 2) 複雑構造物の残留応力の計測に対してコンター法を適用するため、コンター法における切断後の弾性 FEM 実施時の切断面の残差に基づく修正法を提案した。提案した計測手法を熱弾塑性 FEM 解析により得られたビードオンプレート溶接時の残留応力分布に対して適用し、その効果を数値的に検討した結果、提案手法を用いることで、切断後の剛性が異なる計測対象においても切断面で力が釣り合った応

力分布が得られることを確認した。

回転系の軸受け部を模擬した多層溶接試験体の残留応力計測に対して、通常のコンター法と提案手法を適用した。通常のコンター法により得られた残留応力分布は切断後の両部材で非対称となっているのに対して、提案手法により得られた残留応力分布は切断面で力の釣り合いが取れた分布となっていることを確認した。また、切断面の残差力に基づき修正を行っているため、通常のコンター法と比べて FEM の解に近い滑らかな応力分布が得られることが分かった。

謝辞

本研究における中性子回折法による残留応力計測は、J-PARC プロジェクト課題 2016P0401 の一部として、TAKUMI 装置スタッフであるハルヨステファヌス博士、川崎卓郎博士、相澤一也博士、鈴木裕士博士、諸岡聡博士の支援を得て実施した。ここに感謝の意を表す。

参考文献

- 1) B. Levieil, F. Bridier, C. Doudard, D. Thevenet, S. Calloch: Numerical Simulation of Low-Cycle Fatigue Behavior of Welded Joints for Naval Applications: Influence of Residual Stress, *Welding in the World*, Vol.61, No.3, pp.551-561, 2017.
- 2) 山下洋一, 南二三吉: 溶接残留応力場中のき裂からの脆性破壊発生評価におけるワイブル応力仮説による塑性拘束補正方法, *日本船舶海洋工学会論文集*, Vol.8, pp.291-300, 2008.
- 3) 小川雅, 石井文紘, 古迫誠司: X 線回折を用いた固有ひずみ理論に基づく 3 次元残留応力推定法の有効性評価, *材料*, Vol.64, No.11, pp.932-939, 2015
- 4) 秋田貢一, 鈴木裕士: 中性子回折による残留応力測定, *RADIOISOPES*, Vol.59, No.12, pp.741-750, 2010.
- 5) D. J. Smith, N. W. Bonner: Measurement of Residual Stresses Using the Deep Hole Method, *ASME PVP*, Vol.327, pp.53-65, 1996.
- 6) 上田幸雄, 福田敬二, 中長啓治, 円道節夫: 残留応力の有限要素法に基づく測定原理と推定値の信頼性”, *日本造船学会論文集*, Vol.138, pp.499-507, 1975.
- 7) M. B. Prime, A. T. DeWald: The Contour Method, *Practical Residual Stress Measurement Methods*, Wiley-Blackwell, pp.109-138, 2013.
- 8) D. F. O. Braga, H. E. Coules, T. Pirling, V. R. Trummer, P. Colegrove, P. M. S. T. Castro: Assesment of residual stress of welded structural steel plates with or without post weld rolling using the contour method and neutron diffraction, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol.213, No.12, pp.2323-2328, 2013.
- 9) R. Gadallah, S. Tsutsumi, K. Hiraoka, H. Murakawa: Prediction of residual stresses induced by low transformation temperature weld wires and its validation using the contour method, *Marine Structures*, Vol.44, pp.232-253, 2015.
- 10) F. Hosseinzadeh, P. J. Bouchard: Mapping multiple components of the residual stress tensor in a large P91 steel pipe girth weld using a single contour cut, *Experimental Mechanics*, Vol.53, No.2, pp.171-181, 2013.
- 11) F. Hosseinzadeh, J. Kowal, P. J. Bouchard : Towards good practice guidelines for the contour method of residual stress measurement, *The Journal of Engineering*, pp.453-468, 2013.
- 12) 宮崎俊幸, 黄輝, 堤成一郎, 村川英一: コンター法による薄板および厚板の溶接残留応力の計測, *溶接学会講演概要*, Vol.97, pp.202-203, 2015.
- 13) R. Gadallah, H. Murakawa: Validation of the contour method considering the in-plane displacements at the cut surface, *Transactions of JWRI*, Vol.43, No.2, pp.53-63, 2014.
- 14) S. N. Atluri, H. G. Kim, J. Y. Cho: A critical assessment of the truly meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) and local boundary integral equation (LBIE) methods, *Computational Mechanics*, Vol.24, pp.348-372, 1999.
- 15) 生島一樹, 伊藤真介, 柴原正和: GPU 並列化を用いた並列化理想化陽解法 FEM の開発, *溶接学会論文集*, Vol.31, No.1, pp.23-32, 2013.
- 16) K. Ikushima, M. Shibahara: Large-scale non-linear analysis of residual stresses in multi-pass pipe welds by idealized explicit FEM, *Welding in the World*, Vol.59, No.6, pp.839-850, 2015.
- 17) 原子力安全基盤機構: 複雑形状部機器配管健全性実証(IAF)事業原子炉圧力容器の異材溶接部に関する高温材料特性データ集, pp.120-128, 2013.