

M10 溶接力学解析のための MLPG(メッシュレス)法 による熱伝導解析法の開発

旦 越雄

(指導教員：正岡孝治、柴原正和)

Development of Heat Conduction Analysis by MLPG for Mechanical Phenomena in Welding

by Etsuo Dan

Abstract

Recently, the necessity of large-scale finite element analyses is increasing due to the development of new technology in engineering area. In these analyses, the time and cost of mesh generation processes are becoming larger and larger. Meshless method is expected to solve these problems, and many meshless methods have been developed in these years. In this study Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) method which is one of meshless techniques is developed to analyze heat conduction problems, and its usefulness is examined. At first, using bead-on-plate models, it is found that the analysis with high accuracy is possible without depending on MLPG parameter for the models with a lot of nodes. Secondly, the MLPG analysis can obtain high accuracy for the models with difficult mesh generation. Finally, the proposed method analyzes for three dimensional heat conduction problems and the applicability to a real structure is shown.

1. 緒 言

近年、数値シミュレーション技術の進歩及びコンピュータの演算能力の向上に伴い、FEM による溶接構造解析は実用上十分な精度で解析出来つつある。しかし解析対象が大規模で、しかも複雑な形状をしているような場合には、要素分割などプリプロセッシングに多くの時間を消費する必要がある、問題となっている。

そこで、MLPG 法(Meshless Local Petrov-Galerkin Method)¹⁾をはじめとするメッシュレス法が開発された。MLPG 法とは、解析に要素分割を全く使用しない完全なるメッシュレス法の 1 つである。そのため、要素・節点間のコネクティビリティ情報が不要となり、プリプロセッシング時間が大幅に短縮され、作業効率の向上が見込まれる。そのため、MLPG 法は、FEM に代わる次世代構造解析法として期待される手法である。

そこで本研究では、この MLPG 法を用いた新しい溶接構造解析手法を開発することを目標に、まずは移動熱源を含む非定常熱伝導問題を対象に、MLPG 法による定式化を行った。さらに、本解析法の溶接問題への適用性について検討するため、ビードオンプレートに対し本手法を適用し、本手法の基礎的特性について検討した。

2. MLPG 法による熱伝導解析法の開発

2.1 移動最小二乗法(MLS)

MLPG 法では、変位の近似関数の作成方法として、移動最小二乗法(Moving Least-Squares approximation 以下、MLS)^{2) 3)}を用いる場合が多い。以下にその概要を示す。

任意の評価点における変位の近似関数は次のように定義される。

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m p_j(\mathbf{x}) a_j(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{a}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

ただし、式(1)において、 $\mathbf{p}^T(\mathbf{x})$ は次式により定義される基底関数ベクトルである。

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x, y, z] \quad 1 \text{ 次基底: } m=4 \quad (2)$$

$$\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [1, x, y, z, x^2, y^2, z^2, xy, yz, zx] \quad 2 \text{ 次基底: } m=10 \quad (3)$$

また式(1)中の $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ は、次に示すような評価関数 J を最小化させるように決定される未定係数ベクトルである。

$$J = \sum_{k=1}^N w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) [\mathbf{p}^T(\mathbf{x}_k) \mathbf{a}(\mathbf{x}) - \hat{u}^k]^2 \quad (4)$$

式(4)中の $\mathbf{x}_k$ は任意の評価点の近傍に存在する節点座標ベクトル、 N は評価点近傍に存在する節点の個数を表している。また、 $w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) = w(r_k)$ は重み関数であり、本研究では式(5)に示すようなスプライン関数を採用した。

$$w(r_k) = \begin{cases} 1 - 6 \left(\frac{r_k}{\rho_k} \right)^2 + 8 \left(\frac{r_k}{\rho_k} \right)^3 - 3 \left(\frac{r_k}{\rho_k} \right)^4, & 0 \leq r_k \leq \rho_k \\ 0, & r_k \geq \rho_k \end{cases} \quad (5)$$

ここで Fig.1 に示すように、 r_k は評価点と各節点との距離、 ρ_k は各節点の持つ影響領域 Ω_{tr}^k の半径を表す。また、 $\hat{u}^k$ は評価点近傍に存在する節点変位を示している。式(4)において、未定係数ベクトル $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ についての停留条件から

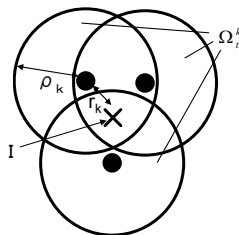


Fig.1 Definition of domain of MLS approximation for trial function at point I.

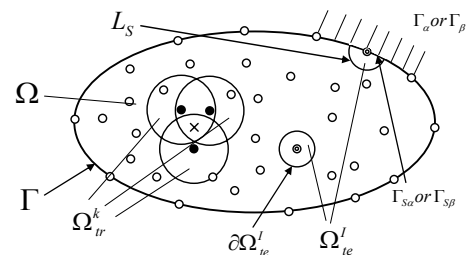


Fig.2 Schematics illustration of MLPG method.

$\mathbf{a}(\mathbf{x})$ を求め、式(1)に代入すると、形状関数 $\phi(\mathbf{x})$ を含む次式が導出される。

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N \phi^k(\mathbf{x}) \hat{u}^k \quad (6)$$

2.2 MLPG5 による熱伝導解析理論の定式化

一般的に Fig.2 に示すような、境界 Γ に囲まれた領域 Ω 内における非定常熱伝導問題の支配方程式は、次式のように表される⁴⁾。

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{Q} \quad \text{in } \Omega \quad (7)$$

ここで、 T : 温度、 c : 比熱、 ρ : 密度、 λ : 熱伝導率、 $\dot{Q}$: 単位時間、単位体積当たりの発熱量とする。式(7)を、積分領域 Ω_{te}^i について、それぞれ重み付き残差法により弱形式化し、部分積分やガウスの発散定理を用いると、以下のように表すことができる。

$$\int_{\Omega_{te}^i} \left\{ c\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \dot{Q} \right\} v d\Omega + \int_{\Omega_{te}^i} \lambda \left\{ \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial z} \right\} d\Omega - \int_{\partial\Omega_{te}^i} \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) v d\Gamma = 0 \quad (8)$$

ここで、 v は積分領域内の重み関数、 $\partial\Omega_{te}^i$ は積分領域の境界部を表し、 $\mathbf{n}$ はその境界上における外向き法線である。積分領域 Ω_{te}^i 内の重み関数 v について、

$$v(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{at } \mathbf{x} \in \Omega \\ 0 & \text{at } \mathbf{x} \notin \Omega \end{cases} \quad (9)$$

となるようなヘビサイド関数を適用すると、以下のように式変形できる。

$$\int_{\Omega_{te}^i} \left\{ c\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \dot{Q} \right\} d\Omega - \int_{\partial\Omega_{te}^i} \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) v d\Gamma = 0 \quad (10)$$

式(10)に、境界条件として、ペナルティ法による温度拘束と、熱伝達による外部への熱移動を考慮すると、式(10)はペナルティ係数 α と熱伝達係数 β を含む次式のように表すことが出来る。

$$\int_{\Omega_{te}^i} \left\{ c\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \dot{Q} \right\} d\Omega - \int_{L_s} \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) v d\Gamma - \int_{\Gamma_{Sa}} \alpha (T - \bar{T}) d\Gamma + \int_{\Gamma_{S\beta}} \beta (T - T_0) d\Gamma = 0 \quad (11)$$

ここで、 $\bar{T}$ は温度拘束境界 Γ_a で拘束している温度、 T_0 は熱伝達境界 Γ_β で考慮すべき外部温度を表している。また、 Γ_{Sa} 、 $\Gamma_{S\beta}$ は、積分領域境界 $\partial\Omega_{te}^i$ の一部で全体の境界 Γ 上に位置する部分、 L_s はその他の部分を示している。従って、 Ω_{te}^i が解析対象の物体内部に完全に含まれるならば、

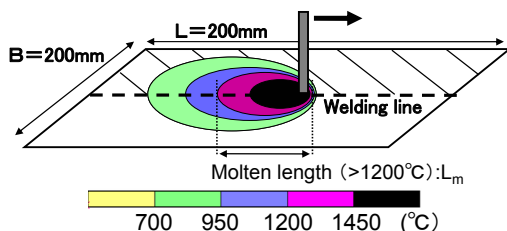


Fig.3 Shape and size of specimen to be analyzed.

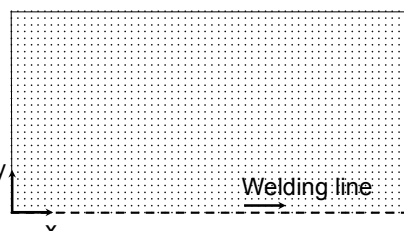


Fig.4 1891-nodal-point model.

式(11)の左辺は、第一項と第二項のみとなる。

積分領域 Ω_{te}^i 内の温度の近似関数を、MLS を用いて作成すると以下のように表現される。

$$T^h(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \phi^j(\mathbf{x}) \hat{T}^j \quad (12)$$

上式を式(11)に代入し、マトリックス形式に整理すると、次式が得られる。

$$\sum_{j=1}^N \left(C_{IJ} \hat{T}^j + K_{IJ} \hat{T}^j \right) = f_I \quad (13)$$

ただし、マトリックスは以下の通りである。

$$\begin{aligned} C_{IJ} &= \int_{\Omega_{te}^i} c\rho \phi^I(\mathbf{x}) \phi^J(\mathbf{x}) d\Omega \\ K_{IJ} &= - \int_{L_s} \lambda \phi_k^I(\mathbf{x}) n_k d\Gamma - \int_{\Gamma_{Sa}} \alpha \phi^I(\mathbf{x}) d\Gamma + \int_{\Gamma_{S\beta}} \beta \phi^I(\mathbf{x}) d\Gamma \\ f_I &= \int_{\Omega_{te}^i} \dot{Q} d\Omega - \int_{\Gamma_{Sa}} \alpha \bar{T} d\Gamma + \int_{\Gamma_{S\beta}} \beta T_0 d\Gamma \end{aligned} \quad (14)$$

3. MLPG 法による 2 次元熱伝導解析

3.1 解析条件

本章では、Fig.3 に示すような平板のビードオンプレートを対象として提案手法の精度検証を行った。問題の対称性を考慮し、Fig.3 中斜線部に示す 1/2 部分のみモデル化し解析を行った。Fig.4 に示す図は、次節における解析に用いた 1891 節点の場合の節点分布図である。また、Fig.5 に示す MLPG 特有のパラメータである SS および TS は、それぞれ影響領域半径、積分領域半径を示す。また、MLS における基底は 1 次基底を選択した。溶接条件は、入熱量 $Q=200$ J/mm、溶接速度 $v=10$ mm/s とする。

3.2 MLPG パラメータの影響

本章では、本手法の基礎的特性について評価するために、材料の温度依存性の影響や板表面における熱伝達の影響を考慮しない解析を実施した。こうすることで、基礎理論との比較検討が可能となる。本研究では、温度分布の特徴を示す指標として、解析中の熱の収支を示す平均温度 T_{av} と熱伝導性の指標である溶融長さ L_m を用いて精度検証を行った。なお、平均温度 T_{av} は次式に示す通りである。

$$T_{av} = \frac{Q}{c\rho V} + \text{常温} \quad (15)$$

Q : 総入熱量、 c : 比熱、 ρ : 密度、 V : 体積

また、溶融長さ L_m は、溶接過渡期における 1200°C 以上の領域における溶接線方向の最大長さを示す。

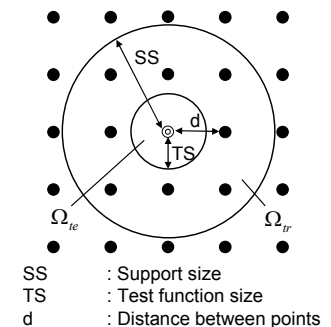


Fig.5 Geometrical parameters of MLPG.

本章での解析では、前述の通り、熱伝達係数の影響を無視している。そのため、冷却後しばらくして平板温度が一様となる。その時の温度をここでは完全冷却後における平均温度と定義する。Fig.6 に、完全冷却後における平板の平均温度を示す。なお、本節の解析においては、精度検証時における節点分布位置による影響を避けるため、節点間の距離 d は一定として解析を実施した。グラフ横軸に解析モデルの節点数、縦軸に平板の平均温度を表している。同図より、節点数が多い程、各節点を持つ影響領域半径 SS や積分領域半径 TS の大きさによる影響は小さく、いずれのケースも式(15)より求められる理論値とほぼ同等の値を示すことが確認できる。

次に、溶接開始後 15 秒時における溶融長さ L_m について整理した結果を Fig.7 に示す。横軸に解析モデルの節点数、縦軸に溶接開始後 15 秒時における溶融長さ L_m を溶接線長さ L で無次元化した値を表している。同図より、節点数が多い場合ほど、FEM 解析による結果と一致し、各節点数においては、積分領域半径 TS の値が $0.7d$ と比較的大きい場合に、最も精度が良くなることが確認できる。次に、節点数 1891、影響領域半径 $SS=2.3d$ 、積分領域半径 $TS=0.7d$ の場合における温度分布図を Fig.8 に示す。同図より、幅方向及び熱源の前方に対して温度勾配が急であり、熱源の後方に対して長くゆるやかな温度勾配となる温度分布が精度良く表現できていることが確認できる。以上の結果より、MLPG 法による熱伝導解析は、高精度に解析可能であることが確認できる。

3.3 節点間距離の影響

平板の表面を移動する熱源が作る温度分布は、Fig.8 に示されるように、熱源直下で最高温度を示し、後方になだらかな尾を引くような分布となる。そのため、溶接部近傍では、空間的及び時間的な温度勾配は大きな値をとるが、溶接部から離れた領域においては、その勾配は比較的小さな値となる。従って、その領域での節点間距離

は、溶接部近傍に比べ、粗にすることが可能であると考えられる。そこで本節では、溶接部から離れた領域において、幅方向及び溶接線方向の節点間距離を粗にしたモデルでの解析を行い、精度検証を行った。

FEM の場合、解析に要素を必要とすることから、溶接部から離れるに従って節点間距離が粗となるように節点を配置する場合には、要素の形成が可能か否かに注意を払う必要がある。しかし MLPG の場合、解析に要素を必要としないため、Fig.9 に示すような、Fig.4 を元にした、溶接部から離れた領域において、幅方向に進むに連れて順に溶接線方向の節点数が減少する比較的簡単な節点配置が可能となる。本節では、そのような比較的簡単に作成可能な節点分布モデルを用いて解析を行った。なお、MLPG パラメータである影響領域半径 SS は、各節点での最も長い x, y 各軸方向節点間距離を 2.3 倍した値、及び積分領域半径 TS は最も短い x, y 各軸方向節点間距離を 0.7 倍した値を用いた。

まず、完全冷却後における平板の平均温度を求めた結果を Fig.10 に示す。図中の 1891 点での値は、前節で求めた節点間距離が均一なモデルでの解析結果である。同図より、節点間距離が均一な場合と比べ、約半分程度の節点数であっても、式(15)より求められる理論値とほぼ同等の値を示すことが確認できる。

次に、溶接開始後 12、15、21 秒時における平板の温度分布を Fig.11(a)(b)に示す。(a)は溶接線上 ($Y=0\text{mm}$)、(b)は溶接線中心 ($X=100\text{mm}$) から幅方向への分布を示す。図中に示す FEM 結果は、節点数 1891 の節点間距離が均一なモデルを用いた結果である。Fig.11(a)より、溶接熱源が進むにつれ、溶接線方向に温度の最大値が推移していくことが確認できる。その中で、溶接中である 12、15 秒後における温度の最大値より、溶接終了後である 21 秒後における温度の最大値が大きくなっているが、これは溶接線方向の境界部からの熱反射による影響であると考え

られる。また、Fig.11(b)について、溶接開始 12 秒後から 21 秒後にかけて、熱源が離れていくため、 $Y=0\sim 10\text{mm}$ の熱源に比較的近い領域では、温度が低下していくことが確認できる。逆に、 $Y=15\text{mm}$ 以上については、熱源が離れていくにつれ温度が上昇している傾向が見られる。これは、溶接部近傍に入った熱が、時間差で伝導されていくからであると考えられる。

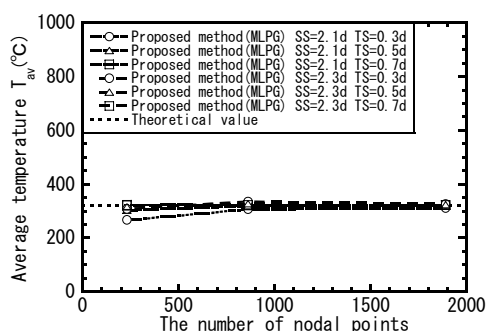


Fig.6 Influence of support size SS and Test function size TS on average temperature

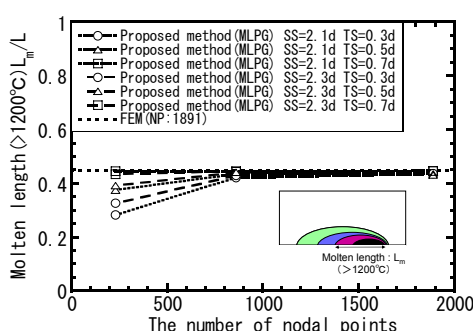


Fig.7 Influence of support size SS and Test function size TS for molten length L_m .

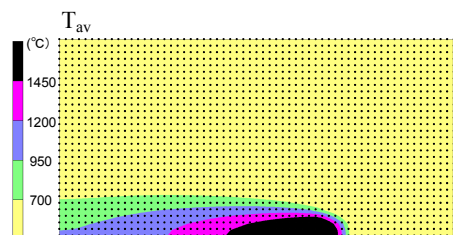


Fig.8 Transient temperature distribution at 15 sec after welding starts.



Fig.9 724-nodal-point model.

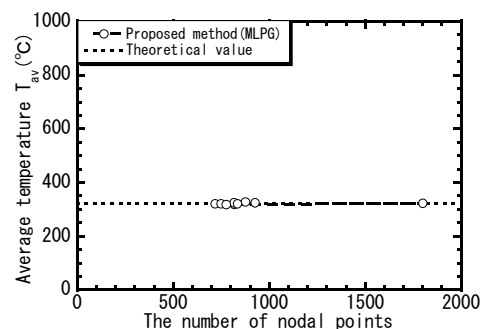


Fig.10 Influence of nodal point density average on temperature T_{av} .

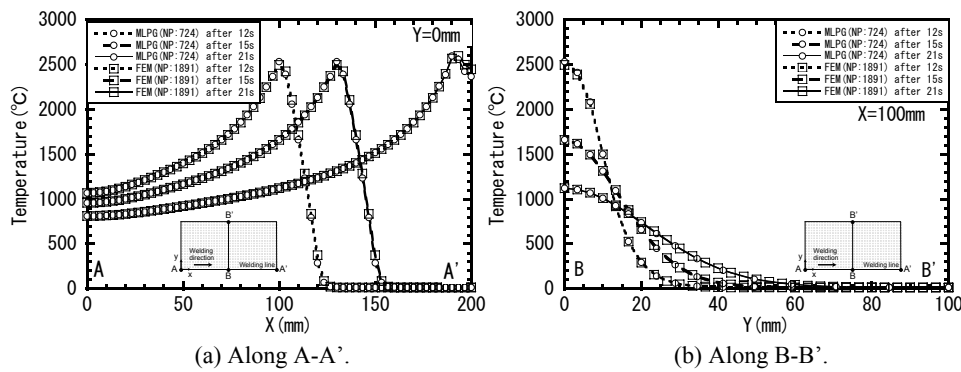


Fig.11 Temperature distribution at nodal points.

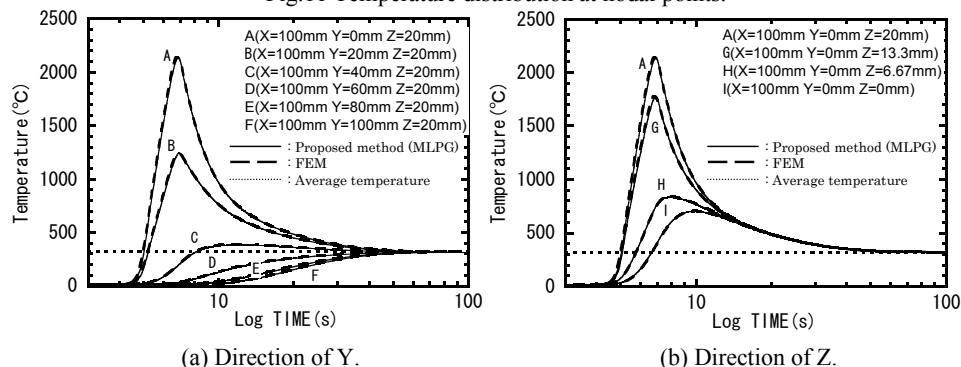


Fig.13 Temperature history at nodal points in 3 dimensional model.

同図より、溶接線及び幅方向の温度分布が、FEM とほぼ同様に、精度良く表現できていることが確認できる。以上の結果より、幅方向及び溶接線方向の節点間距離を粗にしたモデルを用いた MLPG 法による熱伝導解析は、精度良く解析可能であることが確認できる。

4. MLPG 法による 3 次元熱伝導解析

船舶など大型構造物の建造には、厚板も数多く使用される。厚板溶接に伴う変形予測には、厚さ方向の温度分布が必要不可欠である。そこで本章では、本研究により開発した 2 次元熱伝導解析法を拡張して新たに MLPG 法による 3 次元熱伝導解析法を開発し、厚さ 20mm の平板を対象とした 3 次元熱伝導解析を実施して精度検証を行った。なお解析モデルは $100^L\text{mm} \times 50^B\text{mm} \times 20^T\text{mm}$ 、溶接条件は入熱量 $Q=2000\text{J/mm}$ 、溶接速度 $v=10\text{mm/s}$ とし、各節点の持つ影響領域及び積分領域は球形とする。

まず、溶接開始 7 秒時における平板の温度分布を Fig.12 に示す。同図より、厚さ方向について、熱源直下では急な温度勾配をとり、幅方向とほぼ同様な温度分布になるのに対し、熱源後方では、下側からの反射の影響で、幅方向よりも高い温度となるという特徴が正確に表現されていることが確認できる。

次に、溶接線上中心より幅方向及び板厚方向にとった A～I の 9 点における温度の時刻歴を求めた結果を Fig.13(a)(b)に示す。(a)は溶接線中心 ($X=50\text{mm}$) 幅方向への分布、(b)は厚さ方向への分布を示す。図中横軸に時間を対数表示した値、縦軸に温度をとっており、実線が MLPG による結果、破線が同節点数モデルでの FEM 解析結果である。また図中には、式(15)より求められる平板の平均温度の理論値も示す。

同図より、平板の任意の節点温度が FEM による結果と一致し、溶接後の平板の平均温度が理論値と一致するこ

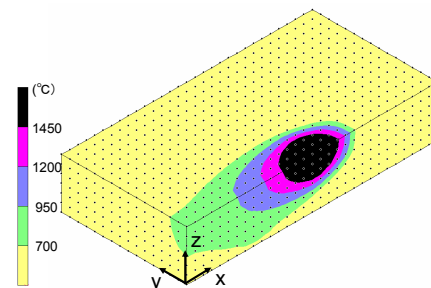
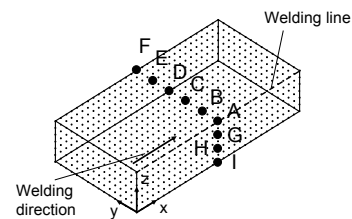


Fig.12 Transient temperature distribution at 7 sec after welding starts in 3 dimension.



(c) Location of temperature referenced points A-I.

とが確認できる。以上の結果より、MLPG 法による 3 次元熱伝導解析は高精度に解析可能であることが分かる。

5. 結 言

MLPG 法による新しい溶接構造解析手法を開発することを目標に、MLPG 法による熱伝導解析法を開発し、本手法の基礎的特性について検討を行った結果、以下の知見を得た。

1. MLPG 法による定式化を行った結果、モデルの要素を必要とせず節点のみでの熱伝導解析が可能となった。
2. 節点数が十分多い場合、MLPG パラメータである影響領域半径 SS や積分領域半径 TS に依らず、高精度に解析可能である。
3. FEM ではモデル化が困難な、溶接部から離れるに従って節点数を減らしたモデルでの解析を行い、精度良く解析可能であることを確認した。
4. 板厚方向の熱伝導を考慮することが可能な、MLPG 法による 3 次元熱伝導解析法を開発し、精度良く解析可能であることを確認した。

参 考 文 献

- 1) ATLURI.S.N: A New Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Approach in Computational Mechanics, Computational Mechanics, Vol.22, 1998, pp.117-127
- 2) S.N.Atluri, H.-G.Kim, J.Y.Cho: A critical assessment of the truly Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG), and Local Boundary Integral Equation (LBIE) methods, Computational Mechanics, Vol.24, 1999, pp.348-372
- 3) 奥田洋司, 長嶋利夫, 矢川元基: エレメントフリー Galerkin 法に関する基礎的検討(第 1 報, 常微分方程式への適用), 日本機械学会論文集 (A 編), 61 巻 590 号, pp.194-20
- 4) 上田幸雄, 中長啓治, 金裕哲, 村川英一: 溶接残留応力の解析と測定(材料力学(数値解析入門)), 溶接学会誌, 第 55 巻 (1986) 第 7 号, pp.399-410