

B23 理想化陽解法 FEM による溶接移動熱源問題 の熱伝導解析

壺井 翔太 (指導教員 柴原正和)

Heat Conduction Analysis of Welding Moving Heat Source Problem Using Idealized Explicit FEM

by Shota Tsuboi

Abstract

Welding is necessary on manufacturing industry. However, the welding deformation must be generated. It is important to examine the mechanical behavior by numerical analysis because it leads to cut cost. Generally, FEM Thermal Elastic - Plastic Analysis can be applied to welding deformation problems. It needs thermal field along time series analyzed. Generally, implicit FEM can be applied to heat conduction analysis in welding problems. Implicit FEM can perform highly precise analysis, however, the existing implicit FEM has a difficulty on the computing time and memory consumption because of solving large scale simultaneous equation. In this research, new analytical method based on explicit FEM that can solve large scale problems with very low memory consumption is developed. However, explicit FEM takes much time to solve large time scale problem because time increment can't be enlarged. Also, explicit FEM cannot perform highly precise analysis. In this research, to converge the temperature faster, idealized heat capacity matrix are constructed, and proposed method is applied to bead-on-plate welding. This is also solved by implicit FEM method to examine the usefulness of the proposed method. Through the comparison, it is found that the proposed method has almost the same accuracy as the implicit FEM for the temperature analysis and the method is more effective than the implicit FEM for computing time and memory consumption in the large scale problem.

1. 緒 言

製造業において溶接は必要不可欠であるが、溶接を行うと必ず溶接変形が発生する。その溶接変形を数値シミュレーションを用いて予測することは製造コストの削減に繋がり重要な課題であるといえる。

溶接変形を予測する手法として、FEM 熱弾塑性解析がある。FEM 熱弾塑性解析理論に基づく溶接変形予測においては、FEM 熱伝導解析で得られた時系列に沿った温度場を算出した後に逐次応力解析を行う。このことから考え、熱伝導解析手法の性能の向上は必要不可欠である。

一般的に溶接問題における熱伝導解析には陰解法 FEM を用いた手法が広く用いられている。陰解法を用いた手法は一般に精度の良い解析が可能であると言われている¹⁾。しかし、解析時に大規模な連立方程式を解く必要があるため、メモリ使用量と計算時間は大きくなる。その為、船体ブロックレベルの大規模構造物の熱伝導解析を実現するには省メモリ化・高速化が重要な課題であると言える。

そこで、本研究では陰解法 FEM の持つ問題を克服する為に少ないメモリ使用量で解析できる陽解法 FEM に注目する。しかし、陽解法 FEM にはクーラン条件と呼ばれる時間増分の制約があり、溶接問題のような現象時間の長い解析に適用すると計算ステップが多くなり、計算時間が非常に長くなるという問題が指摘されている。また、陽解法 FEM には解析精度が悪いという問題点も指摘されている。そこで、本研究ではそれらの問題を克服し、陽

解法 FEM の特長を活用した理想化陽解法 FEM による熱伝導解析手法を新たに開発し、提案手法を溶接移動熱源問題に適用することにより提案手法の妥当性および有用性について検討した。

2. 動的陽解法 FEM を用いた熱伝導解析

従来、動的陽解法 FEM は衝突問題のような現象時間の短い問題に適用されてきた。本研究では動的陽解法 FEM を溶接問題に適用し、溶接の加熱過程のみならず、現象の持続時間が長く動的陽解法 FEM の適用が困難と考えられている冷却過程においても動的陽解法 FEM を用いて解析を行う解析手法を提案する。

本研究では、動的陽解法 FEM が持つ時間増分の制約を緩和して解析を行うために仮想熱容量マトリックス $[C_{EXP}]$ を作成し、仮想熱容量マトリックス $[C_{EXP}]$ を用いて温度計算を行う。その際、精度の向上を

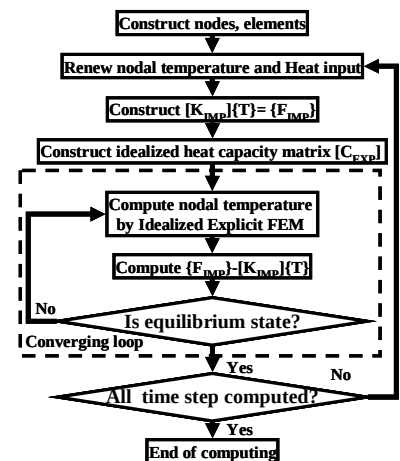


Fig. 1 Computing flow of Idealized Explicit FEM

図るために反復計算を行い、後述する均衡状態にし、次のステップに進む。この操作により一般的な陽解法 FEM の問題である精度面の問題を克服する。Fig.1 に提案手法の解析の流れを示す。

3. 解析理論

3.1 動的陽解法 FEM

一般的な熱伝導の基礎式を式(1)に示す。式(1)の左辺第一項を前進差分を用いて離散化して式(2)を導く。

$$[C] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + [K] \{T\} = \{f\} \quad (1)$$

$$\frac{[C]}{\Delta t_{EXP}} (\{T\}_{n+1} - \{T\}_n) = \{f\} - [K] \{T\}_n \quad (2)$$

$\{T\}$ の添え字 n は時間ステップとする。

動的陽解法 FEM では節点変数毎に定められる式(2)を計算することで時間ステップを進める。しかし、動的陽解法 FEM を用いた熱伝導解析では、式(3)に示す時間増分の上限值を規定するクーラン条件²⁾により時間増分が制限されるため、小さな時間増分しか取れない。

$$\Delta t_{EXP} < \frac{c \rho \Delta l_{min}^2}{2\lambda} \quad (3)$$

ここで c は比熱、 λ は熱伝導率、 ρ は要素の密度、 Δl_{min} は要素の最小サイズである。溶接問題では溶接線近傍の非線形現象を解析する必要があるので溶接線近傍における要素を小さく設定しなければならない。さらに、溶接問題は、現象の持続時間が長いので陽解法 FEM を適用すると計算時間が非常に長くなるという問題が生じる。

3.2 理想化陽解法 FEM の熱伝導解析への適用

理想化陽解法 FEM は溶接力学解析において、大規模構造物を解析する際に問題となる計算時間及びメモリ消費量の制約を緩和する為に生島・柴原らにより考案された手法である³⁾。本研究では、陰解法 FEM の式に時間増分の制約を緩和することを目的とした仮想的な項を付加し、理想化陽解法 FEM の基礎式を構築する。理想化陽解法 FEM の基礎式を作成するために陰解法 FEM の式^{4),5)}を以下に示す。

$$[K_{EXP}] \{T\} = \{F_{EXP}\} \quad (4)$$

ここで、各マトリックス、ベクトルは式(5)のとおりである。理想化陽解法 FEM では式(5)に仮想熱容量マトリックス $[C_{EXP}]$ を含む仮想熱容量項 $[C_{EXP}] \{\partial T / \partial t\}$ を付加して動的陽解法 FEM の基礎式(6)を導く。仮想熱容量マトリックスの作成方法については後で説明する。

$$\begin{aligned} [K_{EXP}] &= \frac{1}{\Delta t} [C] + \left([K] + \left(\int_{\Omega} \alpha_c [N]^T [N] ds \right) \right) \frac{2}{3} \\ \{T\} &= \{T\}_{n+1} \\ \{F_{EXP}\} &= \int_{V^e} \dot{Q} [N]^T dV + \left(\int_{\Omega} \alpha_c [N]^T ds \right) T_c \\ &\quad + \left(\frac{1}{\Delta t} [C] - \left([K] + \left(\int_{\Omega} \alpha_c [N]^T [N] ds \right) \right) \frac{1}{3} \right) \{T\}_n \end{aligned} \quad (5)$$

$$[K_{EXP}] \{T\} = \{F_{EXP}\} \quad (6)$$

$$[C]_{EXP} \{\partial T / \partial t\} + [K]_{EXP} \{T\} = \{F_{EXP}\} \quad (7)$$

次に、式(7)を前進差分を用いて離散化し、式(8)を得る。

$$[C_{EXP}] / \Delta t_{EXP} (\{T\}_{m+1} - \{T\}_m) = \{F_{IMP}\} - [K_{IMP}] \{T\}_m \quad (8)$$

$\{T\}$ の添え字 m は計算ステップとする。

理想化陽解法 FEM では式(8)を解くことで計算を進める。ここで、本研究では反復計算によって得られた温度 $\{T\}_m$ を式(8)の右辺に代入した時の値を残差と呼ぶことにする。提案手法では、反復計算によって計算ステップを進めて残差を減少させ、残差がほぼ 0 になり、式(4)の均衡状態 $[K_{EXP}] \{T\} = \{F_{EXP}\}$ が得られたら、次の時間ステップにおける温度計算へと移る。Fig.2 に理想化陽解法 FEM の反復計算の模式的な図を示す。Fig.2 のように、提案手法では Time step において細分化した時間増分を用いて Calculation step を進め、上述した平衡状態が得られたら次の Time step に進める。ここで、Calculation step の時間増分は従来の陽解法よりもはるかに大きな値を取れるように仮想熱容量マトリックスを最適化する。最適化の方法については 3.3 節で説明する。このような手法をとることで、動的陽解法 FEM によって温度を計算しながらも、現象の持続時間に依存することなく解析を進めることができることから、持続時間が長い問題に対して有効となるため、熱伝導解析に陽解法 FEM を用いて実用的な時間で解析を行うことが可能になると考える。また、平衡状態に近づくまで反復計算を行うので陰解法 FEM と同等の精度で解析を行うことができると考える。

3.3 仮想熱容量マトリックスの最適化

ここで、前述した仮想熱容量マトリックス $[C_{EXP}]$ の作成方法について説明する。

3.1 節における説明の通り、陽解法 FEM には、式(3)に示すクーラン条件と呼ばれる解析における時間増分値の制限がある。理想化陽解法では、クーラン条件の制約を緩和して平衡状態に収束するまでのステップ数を少なくする。ここで、式(3)は時間増分の制限値が $c \rho \Delta l_{min}^2 / (2\lambda)$ よりも小さくしなければならないことを意味しているので、次式により時間増分 Δt_{EXP} と各マトリックスの係数 c 、 ρ 、 λ と要素の最小サイズ Δl_{min} との関係式を与える。

$$\frac{c \rho \Delta l_{min}^2}{2\lambda} = a \times \Delta t_{EXP} \quad (9)$$

ただし、 a は係数であり、式(9)中の際の密度 ρ は 3 次元空間の各方向に伝播する熱に対応する最適な密度である。理想化陽解法 FEM では式(9)を整理して、仮想的な密度 ρ_{EXP} を導く。式(9)を整理した式を式(10)に示す。

$$\rho_{EXP} = \frac{2\lambda \Delta t_{EXP}}{c \Delta l_{min}^2} \quad (10)$$

式(10)で求めた仮想的な密度 ρ_{EXP} と比熱 c を用いて表される仮想熱容量マトリックスを式(11)に示す。

$$[C_{EXP}] = \int_{V^e} c \rho_{EXP} [N]^T [N] dV \quad (11)$$

このような手法を用い少ない計算ステップ数で均衡状態に収束する理想的な熱容量マトリックスを決定する。ここで、仮想熱容量マトリックス $[C_{EXP}]$ が対角成分のみ非零な節点集中型であれば、温度を求める際にモデル全体の温度に関して構築された連立方程式を解く必要がなく、各節点に前の時間ステップの温度を代入することで温度ベクトル $\{T\}_{m+1}$ を求めることができ、計算時間の短縮を図ることができる。また、連立方程式を解く必要がないので、使用するメモリは陰解法と比べて非常に少なくなる。以上の方法で作成した仮想熱容量マトリックス $[C_{EXP}]$ を用いることで、式(2)を用いた陽解法 FEM の解析で用いられる時間増分よりもはるかに大きな時間増分を用いて解析を行うことができる。

4. 理想化陽解法 FEM の最適化

理想化陽解法 FEM は前述のように従来手法と同等精度で解析を行えるように各時間ステップにおいて平衡状態が得られた後に計算ステップをすすめる。ここで、理想化陽解法 FEM は平衡状態の判定として残差の 2 乗ノルムを入熱項を含む $\{F_{exp}\}$ の 2 乗ノルムで割った値を採用している。ここでその値を ε と置く。本章では ε が収束計算の指標として適切であるかを検討し、 ε の適正な値について検討する。

検討に際して、理想化陽解法 FEM の収束条件を 0.1, 0.01, 0.001 と設定して精度の検討を行い、実用可能な精度の際の収束条件について検討する。検討に用いる解析モデルを Fig.3 の中に示す。この場合の要素数は 4608 であり、板の中央をトーチが移動するようなビードオンプレートモデル溶接である。問題の対称性を利用し、板幅方向に対して半分のみを解析対象とした。

Fig.3 に、理想化陽解法 FEM の各収束条件を用いて解析した際と、陰解法 FEM を用いて解析を行った際の溶接線上の中央の節点($x=60$)についての温度履歴を示す。Fig.3 から収束条件が 0.01 から 0.1 の範囲内では陰解法に対して大きな誤差が生じているが、0.001 の際は陰解法と提案手法がほぼ一致していることが分かる。以降の解析においては、 $\varepsilon < 0.001$ を用いて解析を実施した。

5. 提案手法の性能評価

5.1 解析精度についての検討

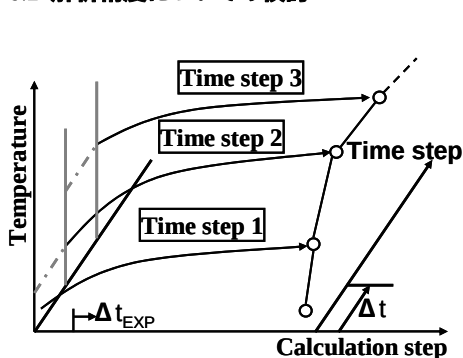


Fig. 2 Concept of the Idealized explicit FEM

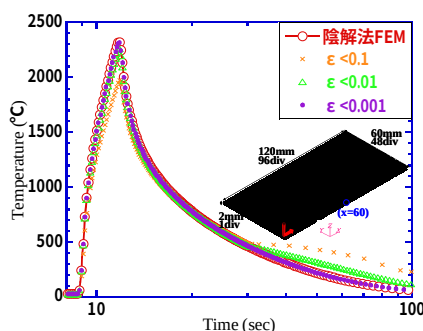


Fig. 3 Time history of temperature comparison between proposed method and implicit FEM

本章では、前章までに提案された理想化陽解法 FEM の解析精度およびその特性についての検討を行う。検討に際して、ビードオンプレート溶接に提案手法を適用し 2.2 節で説明した陰解法 FEM と性能を比較した。

解析に使用したモデルを Fig.5 の中に示す。このモデルは要素数 18432 であり、板の中央をトーチが移動するようなビードオンプレート溶接モデルである。問題の対称性を利用し、板幅方向に対して半分のみを解析対象とした。溶接条件を電流 40[A]、電圧 13[V]、トーチの速度 6.67[mm/s]に設定して検討を行った。上記の条件を用いて解析を行い溶接開始後 100 秒の過渡温度分布、最高温度分布について比較する。Fig.4 の左側に提案手法、右側に陰解法 FEM による解析結果を示す。それぞれのケースにおいて理想化陽解法 FEM と陰解法 FEM の温度分布が良好に一致していることが確認できる。

次に、Fig.5 中のモデルに示す溶接線上の 3 点 A, B, C の時系列の温度履歴を理想化陽解法 FEM と陰解法 FEM 両手法で解析した。それらの 3 点の温度履歴を同図中に示す。これらの結果より理想化陽解法 FEM は陰解法 FEM の解析結果と良好に一致しており、定量的な面からも高精度に温度場を解析できていることが検証できた。

5.2 陰解法 FEM との計算時間、消費メモリの比較

本節では提案手法のもつ特性について検討を行う。解析に用いるモデルは前節で用いたビードオンプレート溶接モデルである。入熱条件も精度の検証の際の条件と同じとする。検証には要素数 4608 のモデルを基準とし、その 4 倍、8 倍、16 倍の要素数のモデルを用い、提案手法と陰解法 FEM について、計算時間とメモリ使用量の比較を行う。計算時間は解析に要した CPU 時間とする。

Fig.6 は計算時間と要素数の関係を示したものであり、Fig.7 はメモリ使用量と要素数の関係を示したものである。Fig.6, Fig.7 より、理想化陽解法 FEM、陰解法 FEM ともに要素数が多くなるほど計算時間、メモリ使用量とも増加しているが、陰解法の要素数に対する計算時間、メモリ使用量の増加量に対して、理想化陽解法 FEM の要素数に対する計算時間、メモリ使用量の増加量の方が小さいことがわかる。要素数約 80000 で計算した場合では、提案手法の計算時間が陰解法の約 1/3 となっている。これは陰解法が解析領域全体の剛性方程式を解く必要があるために、要素数が多くなれば全体剛性方程式の次元が大きくなり、連立方程式を解くために多大な時間を要するためである。また、メモリ使用量に関しても提案手法のメモリ使用量が約 1/30 となっている。

これも全体剛性方程式を格納するだけのメモリ使用量を要するためである。これに対して、理想化陽解法 FEM では全体剛性方程式を解く必要がないため、計算が大規模になるほど計算時間、メモリ使用量両面において理想化陽解法 FEM が優位性であると考えられる。

6. 大規模構造物解析への適用

本章では、提案手法を、船体ブロックを想定した大規模構造物モ

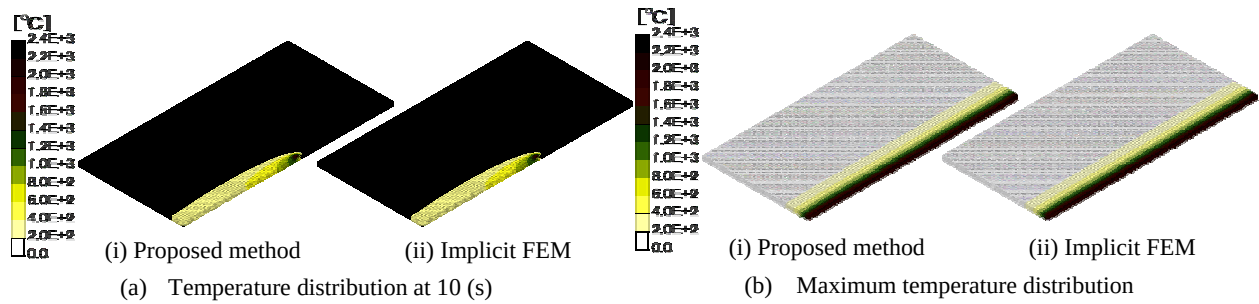


Fig. 4 temperature distribution history comparison between proposed method and implicit FEM

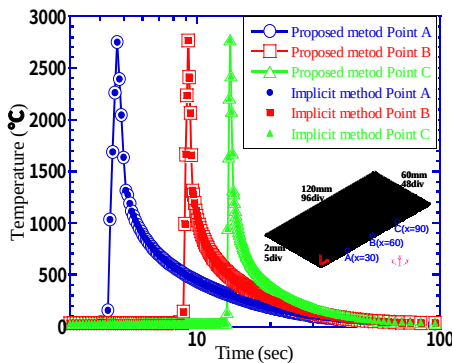


Fig. 5 Time history of temperature comparison between proposed method and implicit FEM

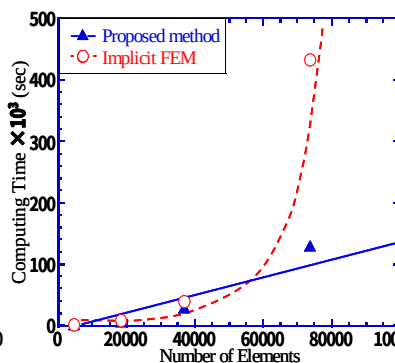


Fig. 6 Computing time comparison between proposed method and implicit FEM

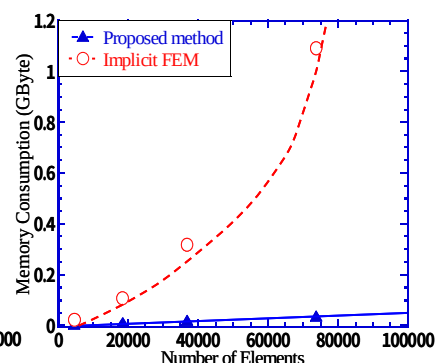


Fig. 7 Memory utilization comparison between proposed method and implicit FEM

デルの熱伝導解析に適用した。要素数約 20 万であり 24 本の溶接トーチによる同時隅肉溶接モデルである。Fig.8 に要素分割図を示す。

Fig.9 は Fig.8 の枠部の拡大図である。以上のように提案手法である理想化陽解法 FEM を用いることで、陰解法 FEM では解析困難であった要素数が 10 万を越える大規模構造物モデルの解析が可能であることを確認した。提案手法と理想化陽解法 FEM を用いた熱弾塑性解析を組み合わせた解析により、従来では不可能であった船体ブロックレベルの溶接力学解析が可能になると考えられる。

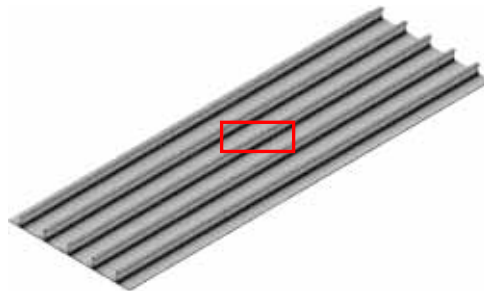


Fig. 8 Analysis model of large scale structure

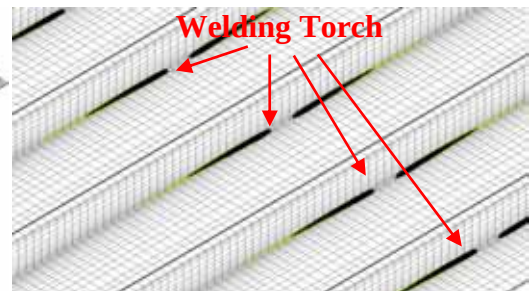


Fig. 9 Heat conduction analysis of large scale structure

7. 結 言

本研究では、従来陽解法 FEM の適用が困難と考えられてきた溶接問題の熱伝導解析に対して、理想化陽解法 FEM を適用した手法を開発した。その手法を基本的なビードオンプレート溶接問題に対して適用し、陰解法 FEM との比較を行った結果、以下の知見が得られた。

- 1) 理想化陽解法 FEM の熱容量マトリックスに関して、クラン条件の制約を緩和する仮想的な値を用いることで、平衡状態に達するまでの計算ステップ数を少なく出来ることを確認した。
- 2) ビードオンプレート問題における、節点温度の時間履歴に関する解析を行った結果、理想化陽解法 FEM と

陰解法 FEM は同等の精度であることを確認した。

3) 理想化陽解法 FEM と陰解法 FEM の計算時間とメモリ使用量の比較を行い、要素数が数万を超えるような大規模な熱伝導解析において、理想化陽解法 FEM が両面において有効であることを確認した。

8. 参考文献

- 1) Hughes, T.J.R, Pister, K. S. and Taylor, R. L. : Implicit – Explicit Finite Elements in Nonlinear Transient Analysis, comp Methods Appl. Mech. Eng., 17-18 (1979), P152-182
- 2) 横山央明：熱伝導数値解法 (2001)
- 3) 生島一樹, 柴原正和, 伊藤真介, 正岡孝治：理想化陽解法 FEM による溶接力学解析法の開発, 溶接構造シンポジウム 2009 講演論文集 (2009), P509-516
- 4) 村川英一：Introduction to Numerical Methods in Welding Mechanics (1985)
- 5) 藤野勉：有限要素法(8), 熱伝導の計算プログラムへの応用, 日本造船学会誌, 第 493 号 (1970)