

# M16 逆解析手法を用いた溶接残留応力予測法に関する研究

松 本 直 博 (指導教員 正岡・柴原)

Prediction of Welding Residual Stress by inverse analysis

by Naohiro Matsumoto

## Abstract

There is Forward analysis for prediction of welding residual stress. To use this method, we must know distribution and value of the inherent strain. Conventionally strain gage is used to measure the inherent strain. But this method need cut process, so it costs enormous time. So, we propose a simple and non-contact predicting method of welding residual stress using inverse analysis. In this study, measured deformation analyzed by numerical experiment. And residual stresses computed by inverse analysis with the result of FEM. As the result of numerical simulation, it is confirmed that the estimated residual stress distribution by simple functions show very good accuracy compared with those computed by thermal elastoplastic Finite Element analysis. So it is theoretically proved that we can compute welding residual strain and stress in short times and noncontact situation with propose method.

## 1. 緒 言

溶接によって発生する残留応力と変形は、溶接構造物に様々な影響を及ぼし、製品の外観を損ねるだけでなく、部材の疲労強度を低下させる原因となる。そのため、構造物の強度設計において、溶接残留応力の分布と大きさを精度良く知ることが重要となる。このような溶接変形や残留応力を推定する方法は、実験的方法と理論的方法に大別することができ、前者には、ひずみゲージを用いる手法や、非破壊的手法である X 線測定法、電磁測定法、中性子測定法等の手法がある。しかし、これらの手法では、物理的制約や、実験の実施に膨大な費用と時間が必要とされるため、適用できる範囲が限定されてしまう恐れがある。一方、後者には、熱弾塑性解析や固有ひずみを用いた弾性解析といった解析手法がある。熱弾塑性解析では結果の精度は高いが、膨大な計算時間を要する。さらに、精度の高い結果を求めるには、正しい入熱分布

や室温から熔融温度付近までの材料定数の温度依存性とといった詳細なデータが必要となる。また、固有ひずみを用いた弾性解析では熱ひずみを無視できるため、溶接時の拘束条件や材料定数の温度依存性などの詳細な情報が必要なく、熱弾塑性解析を行うことができない場合でも、十分な精度で解析が可能であると考えられる<sup>1)-2)</sup>。ただし、この手法を用いるには、詳細な固有ひずみ分布を知る必要がある。しかし、その固有ひずみ分布を得るために用いられる固有ひずみ法は、計測対象物を裁断する必要があるため、実験コストが非常に大きい。

そこで本研究では、その溶接変形前後の変形量を基に解析を用い、溶接によって発生した固有ひずみおよび残留応力を計算する逆解析手法の開発を行う。本解析手法を用いることによって、溶接による固有ひずみ分布や残留応力分布を非接触かつ短時間で算出することができ、溶接の必要な構造物設計を行う際の指針を得るのに有用

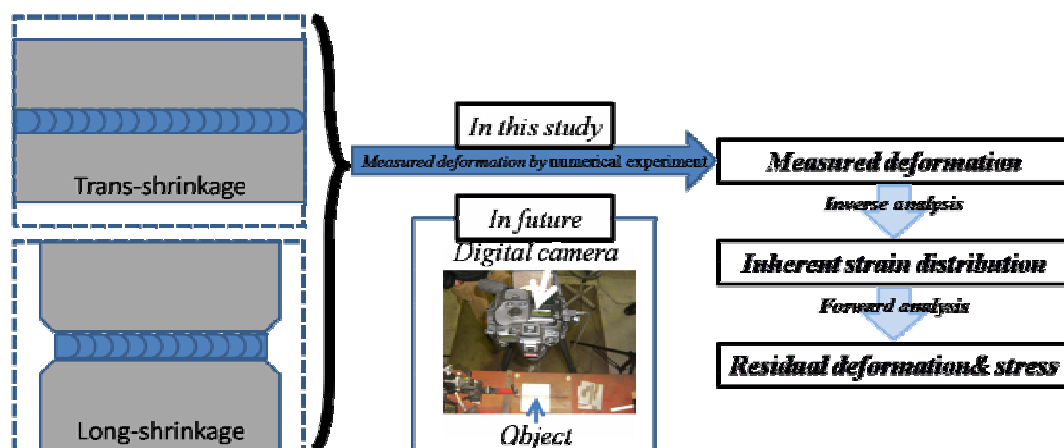


Fig.1 Concept of a proposed method

であると考えられる。

## 2. 逆解析手法の概要

### 2.1 逆解析手法の提案

一般的に、ひずみは弾性ひずみ  $\varepsilon^e$ 、固有ひずみ  $\varepsilon^p$ 、熱ひずみ  $\varepsilon^T$  に分類できる。すなわち、

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\} + \{\varepsilon^p\} + \{\varepsilon^T\} \quad (1)$$

となるが、溶接後の完全冷却した状態を考慮にいと熱ひずみはゼロとすることができ、

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon^p\}) \quad (2)$$

となる。ここで  $[D]$ 、 $\{\sigma\}$  はそれぞれ材料定数  $E$ 、 $\nu$  により構成される弾性応力-ひずみマトリックスおよび残留応力である。式(2)より固有ひずみ  $\{\varepsilon^p\}$  が既知であれば弾性順解析で残留応力が計算できることが分かる。

そこで本研究では、溶接前後の変形量を計測し、それをもとに、固有ひずみ分布や残留応力分布を算出する逆解析手法の開発を行うことを目的とする。なお、本研究では熱弾塑性解析で算出された数値実験結果を、実際の実験結果と想定して逆解析を行った。

### 2.2 固有ひずみ分布の関数表示法

一般に 3 次元弾性体中存在する固有ひずみ成分  $\varepsilon^p$  は  $x, y$  の関数であり、その分布は次式で示すような級数で表現することができる<sup>3)-4)</sup>。すなわち、

$$\varepsilon^p(x, y) = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M A_{ij} h_i(x) f_j(y) \quad (3)$$

ここで、 $h_i(x), f_j(y)$  は固有ひずみ成分の  $xy$  の分布関数であり、 $A_{ij}$  は分布関数に対応する未知係数である。 $L, M$  は分布関数の最高次数である。分布関数については、種々の関数が提案されており、各種の溶接継手、溶接法ごとに、適切な関数を選べば、未知係数の数が非常に少なくして高精度な固有ひずみ分布を再現することが可能である。固有ひずみ成分  $\varepsilon^p$  に対して、式(4)をベクトルで表すと次式となる。

$$\{\varepsilon^p(x, y)\} = \{P\}_p^T \{A\}_p \quad (4)$$

ここで、 $\{P\}_p$  と  $\{A\}_p$  はそれぞれ固有ひずみ成分  $\varepsilon^p$  の分布を決める分布関数ベクトルおよび未知係数ベクトルである。

### 2.3 弾性応答マトリックス $[H_A]$ の導出方法

固有ひずみの分布を関数表示する場合の未知係数ベクトル  $\{A\}_p$  と計測変位  $\{u\}_m$  の対応関係は、次式で与えられる。

$$\{u\}_m = [H_A]_{mp} \{A\}_p \quad (5)$$

$$\text{ただし、} \{\varepsilon^p\} = \{P\}_p^T \{A\}_p \quad (6)$$

また、式(5)の  $[H_A]_{mp}$  は固有ひずみ分布の未知係数と計測変位との関係を与える弾性応答マトリックスである。この関係式(5)において、マトリックス  $[H_A]_{mp}$  の成分  $H_{Aij}$  は

$$\{A\}_p = \{0, \dots, 0, A_j (=1), 0, \dots, 0\}_p^T \quad (7)$$

と仮定した時、すなわち、 $A_j = 1$  に対応する固有ひずみの分布を弾性体を与えるときの弾性体の  $i$  点に生じた計測変位  $\{u\}_m$  の大きさを表す。したがって、このマトリックスは有限要素法による弾性解析を  $p$  回繰り返すことにより作成できる。

### 2.4 固有ひずみ関数表示の未知数の推定

上述のように、マトリックス  $[H_A]_{mp}$  が算出できた後は、以下の流れで固有ひずみを算出する。式(5)は

$$[H_A]_{mp} \{A\}_p = \{u\}_m \quad (8)$$

上記の方程式は、 $m \geq p$  で条件式の数  $m$  が未知数の数  $p$  よりも大きい場合もあり、一般には、 $\{u\}_m$  が誤差を含んでいるので、方程式を満足する解は存在しない可能性がある。そこで、上式で得られる残差の 2 乗和を最小とする固有ひずみ関数  $\{A\}_p$  を最適解として採用する方法について説明する。まず、上式の誤差を  $\{e\}$  とすれば、 $\{e\}$  は次式で定義される。

$$\{e\} = \{u\}_m - [H_A]_{mp} \{A\}_p \quad (9)$$

上式に示された誤差  $\{e\}$  は  $\{u\}_m$  を計測する際の測定誤差、および  $[H_A]_{mp}$  を有限要素法で作成する際のモデリング誤差を含んでいる。誤差の 2 乗和  $E\{A\}_p$  は次のように表される。

$$\begin{aligned} E\{A\}_p &= \{e\}^T \{e\} \\ &= (\{u\}_m - [H_A]_{mp} \{A\}_p)^T (\{u\}_m - [H_A]_{mp} \{A\}_p) \end{aligned} \quad (10)$$

ここで誤差の 2 乗和  $E\{A\}_p$  が最小となる条件は、 $E\{A\}_p$  の  $\{A\}_p$  に関する 1 次微分がゼロになる事であるから、次式が得られる。すなわち、

$$([H_A]^T [H_A]) \{A\}_p = [H_A]^T \{u\}_m \quad (11)$$

上式の係数行列  $([H_A]^T [H_A])$  は正方行列であるので、固有ひずみベクトル  $\{A\}_p$  の各成分が独立であれば式を  $\{A\}_p$  について解く事ができる。すなわち、

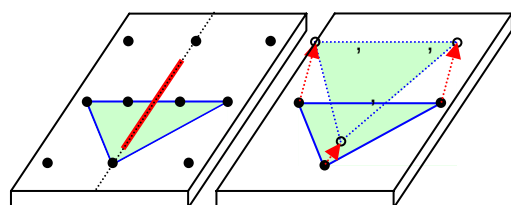
$$\{A\}_p = ([H_A]^T [H_A])^{-1} [H_A]^T \{u\}_m \quad (12)$$

未知係数ベクトル  $\{A\}_p$  が決定されると、式(6)を用いて固有ひずみ分布  $\{\varepsilon^p\}$  を決定することができ、式(2)を用いて溶接残留応力分布  $\{\sigma\}$  を算出することができる。

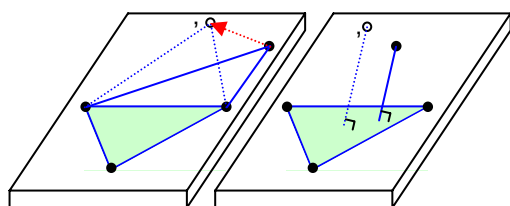
## 2.5 固有変形の同定方法

上記で示した解析方法をもとにして、複数からなる計測点での溶接前後の二次元座標から、固有変形を同定する。その方法は以下に示すとおりとする。また、Fig.2 に示すように 10 点で計測した場合について説明することとする。

- ( ) 基準三角形 ( 、 、 ) を定める。
  - ( ) 基準三角形の三辺それぞれの長さの変化より、3 条件が得られる。{ が ' ' に移動したため、三辺それぞれの長さが変化する。} (a)
  - ( ) その他の計測点では、基準三角形内の二点からの距離の変化より  $2(m-3)$  条件が得られる。{ が ' に移動したため、 から基準三角形の 2 点までの距離が変化する。} (b)
- また、基準三角形が作る面から垂直距離の変化より  $m-3$  条件が得られる。{ が ' に移動したため、



(a) Measurement points for inverse analysis (b) Deformation of Sides of a triangle in basis triangle



(d) Changing separation between apex of basis triangle and other measure point (d) Changing altitude between apex of basis triangle and other point measure

Fig.2 Method of identification in inverse analysis

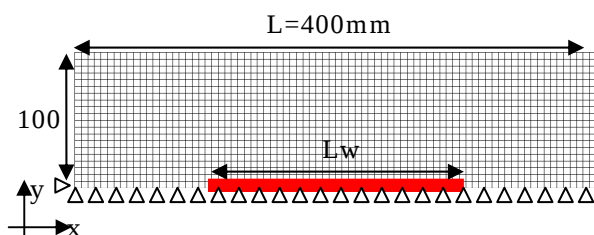


Fig. 3 Mesh division for elastic-plastic Finite element analysis

から基準三角形面までの距離が変化する。} (c)  
( ) 上記より合計  $(3m-6)$  条件が得られ、固有変形を同定することができる。

## 3.提案手法の妥当性の検証

### 3.1 解析モデルおよび解析条件

Fig.3 に二次元熱弾塑性解析モデルを示す。解析対象モデルは長さ 400mm、幅 100mm、板厚 2mm とした。分割数は溶接線方向に 80 分割、幅方向に 20 分割とした。なお、節点数は 1701、要素数は 1600 である。解析対象は対称性を有するため、Fig.3 に示す解析モデルの下端を対称軸とする対称問題として解析を行った。太線で示す部分を溶接トーチが移動し、溶接を実施することとする。なお、解析対象として溶接長さ 200mm と仮定した部分溶接モデルと 400mm と仮定した全長溶接モデルを採用した。また、解析で用いた幾何学的境界条件は、Fig.3 に示すとおり、下端の全ての節点を y 方向に拘束し、左端部における下端部の 1 節点を x 方向に拘束している。溶接条件は以下の通りであり、電流、電圧および溶接速度はそれぞれ 50 A、17 V、6.67 mm/sec である。Fig.4 に逆解析モデルを示す。寸法および分割数は熱弾塑性解析のモデルと同様であり、対称性を考慮した。なお、逆解析手法において必要となる変計測情報は溶接線の上下、すなわちモデル全体の情報とした。具体的には、対称性を考慮して行った熱弾塑性解析で得られた 1701 点での計測データを逆側にも同様に与えた計 3321 点での計測データとして解析を行っている。拘束条件などの解析条件は熱弾塑性解析の場合と同様とした。その際、Fig.4 に示す 3 点を、基準三角形を構築する 3 点と決めた。なお、この 3 点の位置を変えたモデルについても解析を行った。その条件を table 1 に示す。また、Fig.4 の太線は溶接線、斜線で示した範囲は溶接によって発生した固有ひずみ分布領域である。また、実際の溶接では、溶接線近傍で溶接前後の変形計測が行えない。そのため、斜線で囲んだ領域に関しては、変形量が計測できなかったと想定し、計測データを用いず、その他の部分だけで、逆解析を行うことと

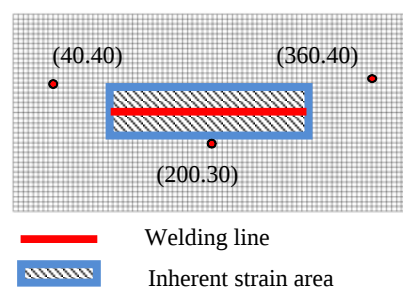
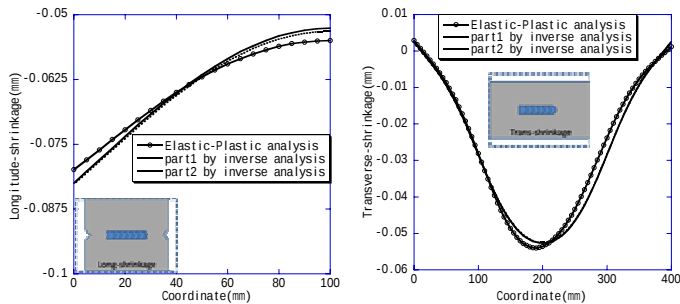


Fig.4 FE Mesh divisions for inverse analysis

Table 1 Parameter for inverse analysis

|                              | Part1                            | Part2                            | Part3                            | Part4                            |
|------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| coordinate of basis triangle | (40,40)<br>(200,-30)<br>(360,40) | (0,100)<br>(0,-100)<br>(100,100) | (40,40)<br>(200,-30)<br>(360,40) | (30,40)<br>(200,-30)<br>(370,40) |
| Welding Length               | 200mm                            | 200mm                            | 400mm                            | 400mm                            |



(a) Distribution of long-shrinkage (b) Distribution of trans-shrinkage

Fig.5 Distribution of displacement analyzed by elastoplastic analysis or inverse analysis

した。なお、ヤング率は 210(GPa)、ポアソン比は 0.3 とした。

### 3.2 固有ひずみ分布の関数近似

本研究では、固有ひずみ分布に、より一般性を持たせるため、固有ひずみ分布を関数近似することとした。近似関数として、次式に示される三角関数を用いた。各項の係数を未知推定パラメータとした。

$$\begin{aligned}\varepsilon_x^p &= A_i \cos \frac{\pi}{2B_{inh}} y \\ \varepsilon_y^p &= -B_i y + 1\end{aligned}\quad (13)$$

### 3.3 解析結果

Fig.5 には、それぞれ熱弾塑性解析による数値実験結果と提案手法である逆解析で算出した縦収縮と横収縮の分布を示す。それぞれの結果を比較すると、その分布形状および大きさが良好に一致していることが確認できる。Fig.6(a)、(b)には熱弾塑性解析および逆解析における x 方向塑性ひずみ分布を、Fig.7(a)、(b)には x 方向残留応力分布を示す。また、Fig.8(a)、(b)には解析モデル中央部(L=200)における固有ひずみ分布および残留応力分布を示す。Fig.6 および Fig.7 の結果より、熱弾塑性解析と逆解析でそれぞれの解析結果が良好に一致している事が確認できる。また、Fig.8 より固有ひずみおよび残留応力の大きさが概ね一致していることから、大きさについても推定できると考えられる。

これらの結果は、固有ひずみの発生領域すなわち溶接線近傍のように変形量を計測することができない領域が存在したとしても、その他の点で溶接前後の変形量を計測し、逆解析することで、固有ひずみおよび残留応力の分布やその大きさを算出することが可能であることを示唆する結果となった。このことは、実際の溶接を実施し、溶接前後の変形量をデジタルカメラなどを用いて計測することによって、実溶接継手の残留応力分布を、対象物を破壊することなく、かつ短時間に評価することができることを示唆するものである。

## 4. 結言

本研究では、変形計測結果から、溶接残留応力を推定する逆解析手法を開発し、その妥当性について検証を行った。その結果として、以下の結論が得られた。

- 1) 熱弾塑性解析による数値実験結果を用いて、提案手法を検討した結果、実際の変形量と仮定して本解

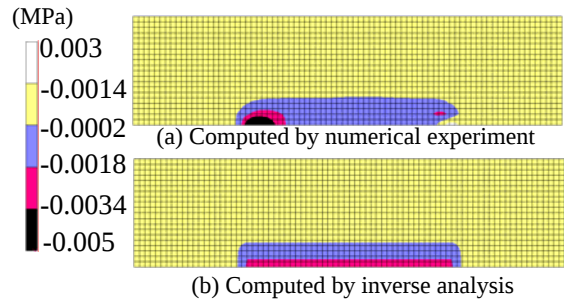


Fig.6 Distribution of inherent strain  $\varepsilon_x$

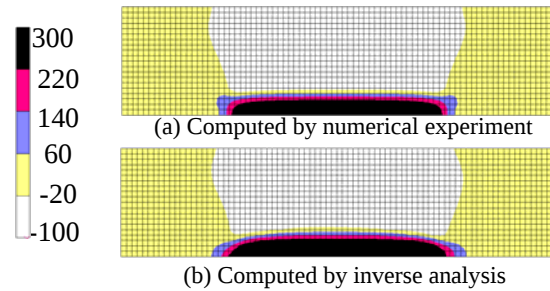
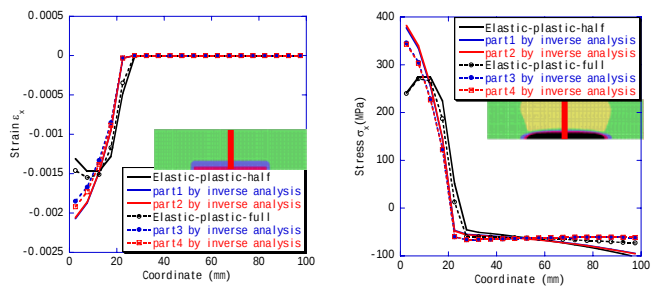


Fig.7 Distribution of stress  $\sigma_x$



(a) Inherent strain  $\varepsilon_x$  (b) Residual stress  $\sigma_x$   
Fig.8 Distribution of strain & stress

析手法を適用した結果、算出した固有ひずみおよび応力分布は、定量的・定性的に妥当であると結論づけることができる。

- 2) 提案手法を用いることで、溶接近傍付近を除いた部分の変形量情報からでも、残留応力の推定が可能であることを示した。

## 参考文献

- 1) 梁偉：固有変形の逆解析を用いた大型構造物の溶接変形予測法に関する研究,2005 年大阪大学学位論文
- 2) 梁偉,曾根慎二,村川英一,加藤国男：逆解析を用いた種々の溶接継手における固有変形の同定,2003 年 3 月,関西造船協会論文集,第 243 号,pp71-77
- 3) 麻寧緒：固有ひずみ分布の関数表示法と 3 次元残留応力分布の測定法に関する研究,1993 年大阪大学学位論文
- 4) 上田幸雄,麻寧緒：固有ひずみの関数表示法および推定法,溶接学会論文集,第 11 巻,第 1 号 1993 年,pp189-195
- 5) 熊谷克彦,中村春夫,小林英男：余盛り除去による溶接残留応力の解析援用非破壊評価,日本機械学会論文集 (A 編)65 巻 629 号 1999 年